MATHEMATIK AUF AUGENHÖHE – 9. SCHULSTUFE

Inhaltsverzeichnis

Mathematik auf Augenhöhe MmF

- Die Aufgaben dieser Sammlung haben eine wesentliche Gemeinsamkeit:
  Für die Bearbeitung reichen Stift, Papier, Geodreieck und eventuell eine Formelsammlung.
- Diese Sammlung enthält auch Aufgaben, die formal mit Lehrinhalten aus der 1. – 8. Schulstufe gelöst werden können. Die entsprechenden Aufgaben sind mit M8 markiert (Bildungsstandards M8). Diese Aufgaben sollen an der Schnittstelle zwischen Sekundarstufe 1 und Sekundarstufe 2 beim Auffrischen von Lehrinhalten helfen und sind oft Voraussetzung für die darauffolgenden Aufgaben.
- Die mit ☆ markierten Aufgaben sind anspruchsvoller.
- Zu Beginn jedes Abschnitts ist ein QR-Code, der zum ersten passenden MmF-Arbeitsblatt verlinkt ist.
- Jedes Kamera-Symbol ist mit einem passenden Video auf dem MmF-YouTube-Kanal verlinkt.
-
- Wir bedanken uns bei allen Kolleg*innen, die mit ihren zahlreichen Ideen und Rückmeldungen zur Weiterentwicklung dieser Aufgabensammlungen beigetragen haben.
  Wir freuen uns über Feedback an mmf@univie.ac.at.

Datum: 13. März 2024

1. Bruchrechnung, Prozentrechnung & Überschlagsrechnung

MmF-Materialien

Für die Bearbeitung der folgenden Aufgaben empfehlen wir:

- ✓ Arbeitsblatt – Bruchrechnung
- ✓ Arbeitsblatt – Relative Anteile und Prozentrechnung

1.1

M8

Ein Bruch wird erweitert. Trage die richtige Zahl in das Kästchen ein.

a) $\frac{1}{3} = \frac{\square}{12}$ b) $\frac{2}{5} = \frac{30}{\square}$ c) $\frac{7}{2} = \frac{\square}{18}$ d) $\frac{4}{1} = \frac{\square}{5}$

1.2

M8

Kürze den Bruch so weit wie möglich. Das Ergebnis nennen wir einen **vollständig gekürzten Bruch**.

a) $\frac{30}{120}$ b) $\frac{90}{280}$ c) $\frac{42}{165}$ d) $\frac{315}{700}$

1.3

M8

Berechne und stelle das Ergebnis als vollständig gekürzten Bruch dar.

a) $\frac{3}{8} + \frac{15}{8}$ b) $\frac{2}{3} + \frac{5}{2}$ c) $\frac{5}{6} + \frac{3}{10}$ d) $\frac{4}{15} - \frac{1}{6}$ e) $3 - \frac{4}{5}$ f) $\frac{23}{6} - \frac{0}{42}$

1.4

M8

Berechne und stelle das Ergebnis als vollständig gekürzten Bruch dar.

a) $\frac{3}{5} \cdot 4$ b) $\frac{2}{7} \cdot (-3)$ c) $\frac{15}{4} : 6$ d) $\frac{2}{3} \cdot \frac{15}{4}$ e) $\frac{1}{7} : \frac{3}{2}$ f) $5 : \frac{3}{2}$

1.5

M8

Berechne und stelle das Ergebnis als vollständig gekürzten Bruch dar.

a) $\frac{18}{5} : \frac{21}{55}$ b) $-\frac{18}{5} : \frac{21}{55}$ c) $\frac{18}{5} : \left(-\frac{21}{55}\right)$ d) $-\frac{18}{5} : \left(-\frac{21}{55}\right)$ e) $\frac{-18}{5} : \left(\frac{21}{-55}\right)$

1.6

M8

Berechne und stelle das Ergebnis als vollständig gekürzten Bruch dar.

a) $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{5}\right)$ b) $\left(\frac{4}{5} - 2\right) : \frac{3}{2}$ c) $\left(6 - 4 \cdot \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{1}{2}$

1.7

Berechne und stelle das Ergebnis als vollständig gekürzten Bruch dar.

a) $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{7}{5}}$ b) $\frac{\frac{5}{11}}{2}$ c) $\frac{3}{\frac{5}{2}}$ d) $\frac{2 - \frac{1}{3}}{\frac{3}{5} + 2}$

1.8 M8 MmF

Trage $<$ oder $>$ oder $=$ so in das Kästchen ein, dass die dabei entstehende Aussage stimmt.

a) $\frac{28}{42} \ \square \ \frac{29}{42}$ **b)** $\frac{23}{42} \ \square \ \frac{23}{41}$ **c)** $\frac{3}{8} \ \square \ \frac{12}{32}$ **d)** $\frac{11}{21} \ \square \ \frac{21}{42}$ **e)** $\frac{2}{7} \ \square \ \frac{6}{20}$ **f)** ☆ $\frac{17}{41} \ \square \ \frac{18}{42}$

1.9 M8 MmF

Wie viele Personen sind das? Berechne das Ergebnis.

a) $\frac{1}{4}$ von 28 Personen **b)** $\frac{2}{3}$ von 42 Personen **c)** $\frac{1}{8}$ von 320 Personen **d)** $\frac{4}{7}$ von 98 Personen

1.10 M8 MmF

Berechne den relativen Anteil. Gib das Ergebnis als vollständig gekürzten Bruch an.

a) 4 von 28 Personen **b)** 60 von 200 Personen **c)** 42 von 120 Personen

Vergrößern um . . . MmF

Beachte, dass 0,4, 40 % und $\frac{2}{5}$ nur drei verschiedene Schreibweisen für die gleiche Zahl auf der Zahlengerade sind. Im Alltag hat sich hier aber für unterschiedliche Rechnungen die gleiche Sprechweise durchgesetzt:

1) „x um 0,4 vergrößern“ $\leftrightarrow$ $x + 0{,}4$

2) „x um 40 % vergrößern“ $\leftrightarrow$ $x \cdot 140\,\% = x \cdot 1{,}4$

3) „x um $\frac{2}{5}$ vergrößern“ $\leftrightarrow$ $x \cdot \frac{7}{5} = x \cdot 1{,}4$

Hinter **2)** steckt eigentlich: „x um 40 % von x vergrößern“ $\leftrightarrow$ $x + x \cdot 40\,\% = x \cdot 140\,\% = x \cdot 1{,}4$
Da die kürzere Sprechweise so weit verbreitet ist, verwenden wir sie hier auch.

Hinter **3)** steckt eigentlich: „x um $\frac{2}{5}$ von x vergrößern“ $\leftrightarrow$ $x + x \cdot \frac{2}{5} = x \cdot \frac{7}{5} = x \cdot 1{,}4$

- Wenn x eine Einheit hat, verwenden wir hier auch die kürzere Sprechweise.
  Die Einheit hilft dann bei der Unterscheidung zwischen „x um $\frac{2}{5}$ vergrößern“ und „x um $\frac{2}{5}$ cm vergrößern“.
- Wenn x keine Einheit hat, verwenden wir die längere Sprechweise „x um $\frac{2}{5}$ von x vergrößern“.
  Damit besteht keine Verwechslungsgefahr mit der Addition $x + \frac{2}{5}$.

1.11 M8 MmF

Berechne das Ergebnis.

a) Berechne $\frac{7}{5}$ von 20. **b)** Vergrößere 18 *um* $\frac{1}{3}$ von 18. **c)** Vergrößere 30 *um* $\frac{8}{5}$ von 30.
d) Berechne $\frac{3}{4}$ von 24. **e)** Verkleinere 42 *um* $\frac{3}{7}$ von 42. **f)** Verkleinere 87 *um* $\frac{2}{3}$ von 87.

1.12 M8 MmF

Trage richtige Zahlen in die Kästchen ein und gib an, ob die Zahl vergrößert oder verkleinert wird.

a) Bei der Multiplikation $42 \cdot \frac{5}{3}$ werden $\frac{\square}{\square}$ von 42 berechnet. Das Ergebnis ist kleiner / größer als 42.

b) Bei der Multiplikation $68 \cdot \frac{4}{7}$ werden $\frac{\square}{\square}$ von 68 berechnet. Das Ergebnis ist kleiner / größer als 68.

1.13
M8

Wandle in einen vollständig gekürzten Bruch um.

a) $20\,\% = \frac{\square}{\square}$ **b)** $42\,\% = \frac{\square}{\square}$ **c)** $65\,\% = \frac{\square}{\square}$ **d)** $84\,\% = \frac{\square}{\square}$

1.14
M8

Berechne das Ergebnis.

a) $1\,\%$ von 1500 **b)** $3\,\%$ von 1500 **c)** $7\,\%$ von 300 **d)** $10\,\%$ von 420 **e)** $50\,\%$ von 640 **f)** $99\,\%$ von 800

1.15
M8

Welche der folgenden Aussagen beschreiben den Term richtig?

a) $H \cdot 0{,}76$ mit $H > 0$

	richtig	falsch
Es werden $24\,\%$ von H berechnet.	☐	☐
Es werden $76\,\%$ von H berechnet.	☐	☐
H wird um $24\,\%$ verkleinert.	☐	☐
H wird um $76\,\%$ verkleinert.	☐	☐
H wird auf $24\,\%$ verkleinert.	☐	☐
H wird auf $76\,\%$ verkleinert.	☐	☐

b) $x \cdot 1{,}072$ mit $x > 0$

	richtig	falsch
Es werden $107{,}2\,\%$ von x berechnet.	☐	☐
Es werden $7{,}2\,\%$ von x berechnet.	☐	☐
x wird um $107{,}2\,\%$ vergrößert.	☐	☐
x wird um $7{,}2\,\%$ vergrößert.	☐	☐
x wird auf $107{,}2\,\%$ vergrößert.	☐	☐
x wird auf $7{,}2\,\%$ vergrößert.	☐	☐

1.16
M8

Die Zahl x ist positiv. Trage Zahlen so in die Kästchen ein, dass eine richtige Aussage entsteht.

a) x wird *auf* $128\,\%$ vergrößert.

$\square \cdot x$

b) x wird *auf* $73\,\%$ verkleinert.

$\square \cdot x$

c) x wird *um* $4\,\%$ vergrößert.

$\square \cdot x$

d) x wird *um* $13\,\%$ verkleinert.

$\square \cdot x$

e) x wird *auf* $\frac{5}{4}$ von x vergrößert.

$\frac{\square}{\square} \cdot x$

f) x wird *auf* $\frac{2}{3}$ von x verkleinert.

$\frac{\square}{\square} \cdot x$

g) x wird *um* $\frac{3}{5}$ von x vergrößert.

$\frac{\square}{\square} \cdot x$

h) x wird *um* $\frac{4}{7}$ von x verkleinert.

$\frac{\square}{\square} \cdot x$

1.17 M8 MmF

Welche Veränderungen drückt der Term $(R \cdot 1{,}3) \cdot 0{,}85$ mit $R > 0$ aus? Trage richtige Zahlen in die Kästchen ein und markiere, ob eine Vergrößerung oder Verkleinerung durchgeführt wird.

R wird zuerst um ☐ % vergrößert / verkleinert.

Das Ergebnis wird danach um ☐ % vergrößert / verkleinert.

1.18 M8 MmF

Der Preis einer Jacke wird zuerst um 10 % erhöht.
Der neue Preis dieser Jacke wird eine Woche später um 10 % verringert.
Ist der Preis nach diesen beiden Veränderungen gleich hoch wie zu Beginn? Begründe deine Antwort.

1.19 M8 MmF

In zwei Geschäften A und B kostet ein bestimmter Computer gleich viel.

- Geschäft A erhöht diesen Preis zuerst um 10 % und verringert danach den neuen Preis um 15 %.
- Geschäft B verringert diesen Preis zuerst um 15 % und erhöht danach den neuen Preis um 10 %.

Sind die Preise danach in beiden Geschäften gleich hoch? Begründe deine Antwort.

1.20 M8 MmF

Schätze das Ergebnis mit einer Überschlagsrechnung ab und markiere das richtige Ergebnis.

a) 4,1 % von 198,83 ist ungefähr 0,8 / 8 / 80 / 800.

b) 25,81 % von 158,32 ist ungefähr 0,4 / 4 / 40 / 400.

c) 33,59 % von 908,11 ist ungefähr 0,3 / 3 / 30 / 300.

d) 78,2 % von 51,34 ist ungefähr 0,4 / 4 / 40 / 400.

e) 42,3 % von 48,93 ist ungefähr 0,2 / 2 / 20 / 200.

1.21 M8 MmF

Schätze das Ergebnis mit einer Überschlagsrechnung ab.
Gib deine Schätzung als ganze Zahl an.

a) $\frac{1}{5}$ von 60,72 ist ungefähr ☐. **b)** $\frac{3}{4}$ von 35,89 ist ungefähr ☐.

c) $\frac{3}{8}$ von 16,13 ist ungefähr ☐. **d)** $\frac{5}{3}$ von 20,92 ist ungefähr ☐.

1.22 M8 — MmF

Schätze das Ergebnis mit einer Überschlagsrechnung ab und markiere das richtige Ergebnis.

a) $\frac{24}{97}$ sind ungefähr ... ☐ 20 %. ☐ 25 %. ☐ 30 %. ☐ 35 %. ☐ 40 %.

b) $\frac{6}{21}$ sind ungefähr ... ☐ 3 %. ☐ 10 %. ☐ 20 %. ☐ 30 %. ☐ 40 %.

c) $\frac{11}{32}$ sind ungefähr ... ☐ 20 %. ☐ 25 %. ☐ 30 %. ☐ 35 %. ☐ 40 %.

1.23 M8 — MmF

Schätze das Ergebnis mit einer Überschlagsrechnung ab und markiere das richtige Ergebnis.

a) Das Kapital auf einem fix verzinsten Sparbuch wächst pro Jahr um 0,52 %.
Heute beträgt das Kapital auf diesem Sparbuch 792,91 €.
Um wie viele Euro ist dieses Kapital in einem Jahr ungefähr größer? Kreuze an.

☐ 0,04 € ☐ 0,4 € ☐ 4 € ☐ 40 € ☐ 400 €

b) Eine Regentonne hat die Form eines Drehzylinders mit Radius $r = 52\,\text{cm}$ und Höhe $h = 98\,\text{cm}$.
Für das Volumen V des Drehzylinders gilt: $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$ mit $\pi = 3{,}1415...$
Wie viel Liter Wasser passen ungefähr in die Regentonne? Kreuze an.

☐ 8 ℓ ☐ 80 ℓ ☐ 800 ℓ ☐ 8000 ℓ ☐ 80 000 ℓ

c) In den USA werden Fahrdistanzen mit dem Auto in Meilen (mi) angegeben. Dabei gilt: $1\,\text{mi} \approx 1{,}61\,\text{km}$
Die Entfernung zwischen San Francisco und Los Angeles beträgt mit dem Auto rund 381,6 mi.
In welchem der folgenden Intervalle liegt diese Entfernung in Kilometern? Kreuze an.

☐ [100 km; 300 km) ☐ [300 km; 500 km) ☐ [500 km; 700 km) ☐ [700 km; 900 km) ☐ [900 km; 1100 km]

d) Alex, Berni und Chris gewinnen bei einer Lotterie zusammen 23 972,04 €.
Sie teilen diesen Gewinnbetrag im Verhältnis 3 : 2 : 1 auf.
Alex erhält den größten Anteil. Chris erhält den kleinsten Anteil.
Wie viele Euro erhält Berni also ungefähr? Kreuze an.

☐ 4000 € ☐ 8000 € ☐ 12 000 € ☐ 16 000 € ☐ 20 000 €

e) Am 1. Jänner 2021 lebten in Österreich 8 933 346 Personen. Quelle: Statistik Austria
Ungefähr wie viele dieser Personen haben am 23. Juni Geburtstag?
Kreuze das Intervall an, in dem dein Schätzwert liegt.

☐ [1; 1000] ☐ (1000; 10 000] ☐ (10 000; 100 000] ☐ (100 000; 1 000 000] ☐ (1 000 000; 10 000 000]

Anmerkung: Schaltjahre und natürlich auftretende Schwankungen bei den Geburtstagen ändern *nicht* die Größenordnung des Ergebnisses.

f) Für das Volumen V einer Kugel mit Radius r gilt: $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$ mit $\pi = 3{,}1415...$
Eine anfangs leere Kugel mit Radius $r = 4{,}2\,\text{m}$ soll vollständig mit Wasser gefüllt werden.
Dafür stehen Wassertanks mit jeweils 3000 Liter Wasser zur Verfügung.
Wie viele Wassertanks sind zur vollständigen Befüllung ungefähr notwendig? Kreuze an.

☐ ≈ 1 ☐ ≈ 10 ☐ ≈ 100 ☐ ≈ 1000 ☐ ≈ 10 000 ☐ ≈ 100 000

1.1 **a)** $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$ **b)** $\frac{2}{5} = \frac{30}{75}$ **c)** $\frac{7}{2} = \frac{63}{18}$ **d)** $\frac{4}{1} = \frac{20}{5}$

1.2 **a)** $\frac{1}{4}$ **b)** $\frac{9}{28}$ **c)** $\frac{14}{55}$ **d)** $\frac{9}{20}$

1.3 **a)** $\frac{9}{4}$ **b)** $\frac{19}{6}$ **c)** $\frac{17}{15}$ **d)** $\frac{1}{10}$ **e)** $\frac{11}{5}$ **f)** $\frac{23}{6}$

1.4 **a)** $\frac{12}{5}$ **b)** $-\frac{6}{7}$ **c)** $\frac{5}{8}$ **d)** $\frac{5}{2}$ **e)** $\frac{2}{21}$ **f)** $\frac{10}{3}$

1.5 **a)** $\frac{66}{7}$ **b)** $-\frac{66}{7}$ **c)** $-\frac{66}{7}$ **d)** $\frac{66}{7}$ **e)** $\frac{66}{7}$

1.6 **a)** $\frac{7}{30}$ **b)** $-\frac{4}{5}$ **c)** $\frac{5}{3}$

1.7 **a)** $\frac{10}{21}$ **b)** $\frac{5}{22}$ **c)** $\frac{6}{5}$ **d)** $\frac{25}{39}$

1.8 **a)** $\frac{28}{42} < \frac{29}{42}$ **b)** $\frac{23}{42} < \frac{23}{41}$ **c)** $\frac{3}{8} = \frac{12}{32}$ **d)** $\frac{11}{21} > \frac{21}{42}$ **e)** $\frac{2}{7} < \frac{6}{20}$ **f)** $\frac{17}{41} < \frac{18}{42}$

1.9 **a)** 7 Personen **b)** 28 Personen **c)** 40 Personen **d)** 56 Personen

1.10 **a)** $\frac{1}{7}$ **b)** $\frac{3}{10}$ **c)** $\frac{7}{20}$

1.11 **a)** 28 **b)** 24 **c)** 78 **d)** 18 **e)** 24 **f)** 29

1.12 **a)** Bei der Multiplikation $42 \cdot \frac{5}{3}$ werden $\frac{5}{3}$ von 42 berechnet. Das Ergebnis ist größer als 42.
b) Bei der Multiplikation $68 \cdot \frac{4}{7}$ werden $\frac{3}{7}$ von 68 berechnet. Das Ergebnis ist kleiner als 68.

1.13 **a)** $\frac{1}{5}$ **b)** $\frac{21}{50}$ **c)** $\frac{13}{20}$ **d)** $\frac{21}{25}$

1.14 **a)** 15 **b)** 45 **c)** 21 **d)** 42 **e)** 320 **f)** 792

1.15 **a)** falsch, richtig, richtig, falsch, falsch, richtig **b)** richtig, falsch, falsch, richtig, richtig, falsch

1.16 **a)** 1,28 **b)** 0,73 **c)** 1,04 **d)** 0,87 **e)** $\frac{5}{4}$ **f)** $\frac{2}{3}$ **g)** $\frac{8}{5}$ **h)** $\frac{3}{7}$

1.17 R wird zuerst um 30 % vergrößert und danach um 15 % verkleinert.

1.18 $(P \cdot 1{,}1) \cdot 0{,}9 = P0{,}99$
Der Preis wird also insgesamt um 1 % kleiner.

1.19 $P1{,}1 \cdot 0{,}85 = P0{,}85 \cdot 1{,}1$ (Kommutativgesetz)
Die Preise sind danach also in beiden Geschäften gleich groß.

1.20 **a)** 8 **b)** 40 **c)** 300 **d)** 40 **e)** 20

1.21 **a)** 12 **b)** 27 **c)** 6 **d)** 35

1.22 **a)** 25 % **b)** 30 % **c)** 35 %

1.23 **a)** 4 € **b)** 800 ℓ **c)** [500 km; 700 km] **d)** 8000 € **e)** [10 001; 100 000] **f)** ≈ 100

2. Zehnerpotenzen, Gleitkommadarstellung & Einheitenvorsilben

MmF-Materialien

Für die Bearbeitung der folgenden Aufgaben empfehlen wir:

- ✓ Arbeitsblatt – Zehnerpotenzen und Gleitkommadarstellung
- ✓ Arbeitsblatt – Umrechnung von Einheiten

2.1

M8

Stelle die Dezimalzahl als vollständig gekürzten Bruch dar.

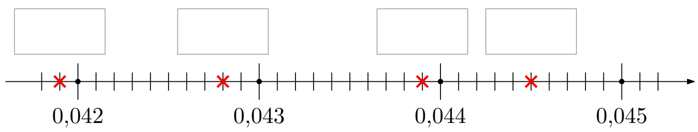
a) $0{,}001 = \frac{\square}{\square}$ **b)** $0{,}0025 = \frac{\square}{\square}$ **c)** $0{,}42 = \frac{\square}{\square}$ **d)** $3{,}15 = \frac{\square}{\square}$ **e)** $49{,}5 = \frac{\square}{\square}$ **f)** $0{,}125 = \frac{\square}{\square}$

2.2

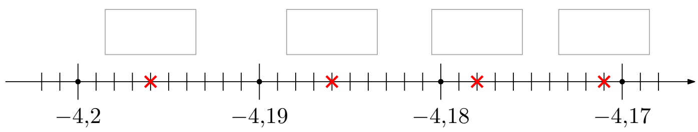
M8

Beschrifte die Zahlen, die auf der Zahlengerade mit einem × markiert sind.

a)



b)



2.3

M8

Berechne das Ergebnis.

a) $42 \cdot 0{,}1 = \square$ **b)** $0{,}16 \cdot 8 = \square$ **c)** $1{,}6 \cdot 0{,}4 = \square$ **d)** $700 \cdot 0{,}002 = \square$

2.4

M8

Erweitere den Bruch so, dass Zähler und Nenner ganzzahlig sind. Berechne dann das Ergebnis.

a) $42 : 0{,}07 = \frac{42}{0{,}07} = \frac{\square}{\square} = \square$ **b)** $2{,}8 : 0{,}004 = \frac{2{,}8}{0{,}004} = \frac{\square}{\square} = \square$

2.5

Stelle das Ergebnis als vollständig gekürzten Bruch dar.

a) $\frac{1}{1-0{,}1}$ **b)** $\frac{1-0{,}1^2}{1-0{,}1}$ **c)** $\frac{1-0{,}1^3}{1-0{,}1}$

2.6

Trage den richtigen Exponenten in das Kästchen ein.

a) $0{,}000\,403 \cdot 10^{\square} = 40{,}3$ **b)** $510 \cdot 10^{\square} = 0{,}051$ **c)** $0{,}13 \cdot 10^{\square} = 1300$ **d)** $42 \cdot 10^{\square} = 42$

2.7 MmF

Stelle das Ergebnis als Dezimalzahl dar.

a) $3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-1} + 9 \cdot 10^{-3} = \boxed{}$

b) $1 \cdot 10^{-3} + 1 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-4} + 4 \cdot 10^{-2} = \boxed{}$

2.8 MmF

Trage die richtige Zahl in das Kästchen ein.

a) $2 \cdot 10^4 + 6 \cdot 10^3 = \boxed{} \cdot 10^3$ **b)** $5 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^2 = \boxed{} \cdot 10^2$

2.9 M8 MmF

Multipliziere aus und vereinfache.

a) $(a + 0{,}1) \cdot (b + 0{,}1) - a \cdot b$

b) $(3{,}1 + 0{,}1) \cdot (2{,}7 + 0{,}1) - 3{,}1 \cdot 2{,}7$

Mathematischer Kontext: Abschätzung von $\pi \cdot e$ durch $3{,}1 \cdot 2{,}7 < \pi \cdot e < 3{,}2 \cdot 2{,}8$

c) ☆ $(3{,}14 + 0{,}01) \cdot (2{,}71 + 0{,}01) - 3{,}14 \cdot 2{,}71$

2.10 MmF

Stelle die Zahl in der Gleitkommadarstellung der Form $\pm a \cdot 10^k$ mit $1 \leq a < 10$, $a \in \mathbb{R}$, $k \in \mathbb{Z}$ dar.
Die Zahl a soll also *genau eine* Ziffer links vom Komma haben. Diese Ziffer muss $\neq 0$ sein.
Anmerkungen: Wandle dabei Million, Milliarde und % jeweils in eine Zehnerpotenz um.

a) 4820 **b)** 0,092 03 **c)** 42,81 **d)** $0{,}0023 \cdot 10^6$ **e)** 8 Millionen **f)** 19,4 Milliarden **g)** 0,87 %

2.11 MmF

Trage den richtigen Exponenten in das Kästchen ein.

a) $\dfrac{10^3 \cdot 10^5}{10^6} = 10^{\boxed{}}$ **b)** $\dfrac{10^4}{10^2 \cdot 10^7} = 10^{\boxed{}}$ **c)** $10^2 \cdot \left(10^3\right)^2 = 10^{\boxed{}}$ **d)** $\left(10^4 \cdot 10^{-2}\right)^3 = 10^{\boxed{}}$

Entfernen einer Vorsilbe

Umrechnungen von Einheiten wie in Aufgabe 2.12 *kannst* du auch schrittweise lösen:

1) Komma so verschieben, dass genau eine Ziffer $\neq 0$ vor dem Komma steht

2) Vorsilbe in Zehnerpotenz umwandeln

Bei ^{2}-Einheiten musst du den Exponenten der umgewandelten Vorsilbe verdoppeln.

Bei ^{3}-Einheiten musst du den Exponenten der umgewandelten Vorsilbe verdreifachen.

3) Zehnerpotenzen mit Rechenregeln für Potenzen zusammenfassen

---

a) $81\,300\,\text{mm} \overset{1)}{=} 8{,}13 \cdot 10^{\boxed{4}}\,\text{mm} \overset{2)}{=} 8{,}13 \cdot 10^{\boxed{4}} \cdot 10^{\boxed{-3}}\,\text{m} \overset{3)}{=} 8{,}13 \cdot 10^{\boxed{1}}\,\text{m}$

b) $0{,}0023\,\text{GB} = 2{,}3 \cdot 10^{\boxed{-3}}\,\text{GB} = 2{,}3 \cdot 10^{\boxed{-3}} \cdot 10^{\boxed{9}}\,\text{B} = 2{,}3 \cdot 10^{\boxed{6}}\,\text{B}$

c) $0{,}000\,076\,\text{km}^2 = 7{,}6 \cdot 10^{\boxed{-5}}\,\text{km}^2 = 7{,}6 \cdot 10^{\boxed{-5}} \cdot 10^{\boxed{6}}\,\text{m}^2 = 7{,}6 \cdot 10^{\boxed{1}}\,\text{m}^2$

d) $520\,000\,\text{cm}^3 = 5{,}2 \cdot 10^{\boxed{5}}\,\text{cm}^3 = 5{,}2 \cdot 10^{\boxed{5}} \cdot 10^{\boxed{-6}}\,\text{m}^3 = 5{,}2 \cdot 10^{\boxed{-1}}\,\text{m}^3$

2.12

Rechne in die angegebene Einheit um.
Stelle die Maßzahl in der Gleitkommadarstellung der Form $\pm a \cdot 10^k$ mit $1 \leq a < 10$, $a \in \mathbb{R}$, $k \in \mathbb{Z}$ dar.

a) 0,7 kg in g **b)** 50 hℓ in ℓ **c)** 81,3 ns in s **d)** 0,02 mm^2 in m^2 **e)** 342 dm^3 in m^3

Hinzufügen einer Vorsilbe

Umrechnungen von Einheiten wie in Aufgabe 2.13 *kannst* du auch schrittweise lösen:

1) Komma so verschieben, dass genau eine Ziffer $\neq 0$ vor dem Komma steht

2) Vorsilbe und ausgleichende Zehnerpotenz hinzufügen

Zum Beispiel gleichen die Vorsilbe k $= 10^3$ und die Zehnerpotenz 10^{-3} einander beim Multiplizieren aus.

3) Zehnerpotenzen mit Rechenregeln für Potenzen zusammenfassen

---

a) $12\,500\,\text{g} \overset{1)}{=} 1{,}25 \cdot 10^{\boxed{4}}\,\text{g} \overset{2)}{=} 1{,}25 \cdot 10^{\boxed{4}} \cdot 10^{\boxed{-3}}\,\text{kg} \overset{3)}{=} 1{,}25 \cdot 10^{\boxed{1}}\,\text{kg}$

b) $0{,}021\,\Omega = 2{,}1 \cdot 10^{\boxed{-2}}\,\Omega = 2{,}1 \cdot 10^{\boxed{-2}} \cdot 10^{\boxed{3}}\,\text{m}\Omega = 2{,}1 \cdot 10^{\boxed{1}}\,\text{m}\Omega$

c) $0{,}000\,000\,42\,\text{m}^2 = 4{,}2 \cdot 10^{\boxed{-7}}\,\text{m}^2 = 4{,}2 \cdot 10^{\boxed{-7}} \cdot 10^{\boxed{6}}\,\text{mm}^2 = 4{,}2 \cdot 10^{\boxed{-1}}\,\text{mm}^2$

d) $21\,500\,\text{m}^3 = 2{,}15 \cdot 10^{\boxed{4}}\,\text{m}^3 = 2{,}15 \cdot 10^{\boxed{4}} \cdot 10^{\boxed{-9}}\,\text{km}^3 = 2{,}15 \cdot 10^{\boxed{-5}}\,\text{km}^3$

2.13 MmF

Rechne in die angegebene Einheit um.
Stelle die Maßzahl in der Gleitkommadarstellung der Form $\pm a \cdot 10^k$ mit $1 \leq a < 10$, $a \in \mathbb{R}$, $k \in \mathbb{Z}$ dar.

a) $0{,}341\,\mathrm{m}$ in mm **b)** $4{,}5\,\mathrm{N}$ in kN **c)** $0{,}000\,023\,\mathrm{s}$ in μs **d)** $304{,}2\,\mathrm{m}^2$ in km^2 **e)** $0{,}0052\,\mathrm{m}^3$ in cm^3

Umwandeln einer Vorsilbe MmF

Umrechnungen von Einheiten wie in Aufgabe 2.14 *kannst* du auch schrittweise lösen:

1) Komma so verschieben, dass genau eine Ziffer $\neq 0$ vor dem Komma steht

2) Vorsilbe umwandeln und ausgleichende Zehnerpotenz hinzufügen alte Vorsilbe entfernen und neue Vorsilbe hinzufügen

3) Zehnerpotenzen mit Rechenregeln für Potenzen zusammenfassen

---

a) $0{,}000\,02\,\mathrm{kN} \overset{\mathbf{1)}}{=} 2 \cdot 10^{\boxed{-5}}\,\mathrm{kN} \overset{\mathbf{2)}}{=} 2 \cdot 10^{\boxed{-5}} \cdot 10^{\boxed{6}}\,\mathrm{mN} \overset{\mathbf{3)}}{=} 2 \cdot 10^{\boxed{1}}\,\mathrm{mN}$

b) $8760\,\mathrm{dag} = 8{,}76 \cdot 10^{\boxed{3}}\,\mathrm{dag} = 8{,}76 \cdot 10^{\boxed{3}} \cdot 10^{\boxed{-2}}\,\mathrm{kg} = 8{,}76 \cdot 10^{\boxed{1}}\,\mathrm{kg}$

c) $0{,}000\,056\,\mathrm{dm}^2 = 5{,}6 \cdot 10^{\boxed{-5}}\,\mathrm{dm}^2 = 5{,}6 \cdot 10^{\boxed{-5}} \cdot 10^{\boxed{10}}\,\mu\mathrm{m}^2 = 5{,}6 \cdot 10^{\boxed{5}}\,\mu\mathrm{m}^2$

d) $800\,000\,\mathrm{mm}^3 = 8 \cdot 10^{\boxed{5}}\,\mathrm{mm}^3 = 8 \cdot 10^{\boxed{5}} \cdot 10^{\boxed{-6}}\,\mathrm{dm}^3 = 8 \cdot 10^{\boxed{-1}}\,\mathrm{dm}^3$

2.14 MmF

Rechne in die angegebene Einheit um.
Stelle die Maßzahl in der Gleitkommadarstellung der Form $\pm a \cdot 10^k$ mit $1 \leq a < 10$, $a \in \mathbb{R}$, $k \in \mathbb{Z}$ dar.

a) $2{,}7\,\mathrm{GHz}$ in MHz **b)** $0{,}034\,\mathrm{kN}$ in mN **c)** $72\,030\,\mu\mathrm{V}$ in mV **d)** $0{,}042\,\mathrm{t}$ in dag **e)** $0{,}0018\,\ell$ in cm^3

2.15 MmF

Rechne in die angegebene Einheit um.

a) $20\,\mathrm{m/s}$ in km/h **b)** $36\,\mathrm{km/h}$ in m/s

---

2.1 **a)** $0{,}001 = \frac{1}{1000}$ **b)** $0{,}0025 = \frac{1}{400}$ **c)** $0{,}42 = \frac{21}{50}$ **d)** $3{,}15 = \frac{63}{20}$ **e)** $49{,}5 = \frac{99}{2}$ **f)** $0{,}125 = \frac{1}{8}$
2.2 **a)** $0{,}0419,\ 0{,}0428,\ 0{,}0439,\ 0{,}0445$ **b)** $-4{,}196,\ -4{,}186,\ -4{,}178,\ -4{,}171$
2.3 **a)** 4,2 **b)** 1,28 **c)** 0,64 **d)** 1,4
2.4 **a)** $\frac{4200}{7} = 600$ **b)** $\frac{2800}{4} = 700$
2.5 **a)** $\frac{10}{9}$ **b)** $\frac{11}{10}$ **c)** $\frac{111}{100}$
2.6 **a)** 5 **b)** -4 **c)** 4 **d)** 0
2.7 **a)** 302,509 **b)** 3,1415
2.8 **a)** 26 **b)** 502
2.9 **a)** $0{,}1 \cdot a + 0{,}1 \cdot b + 0{,}01$ **b)** 0,59 **c)** 0,0586
2.10 **a)** $4{,}82 \cdot 10^3$ **b)** $9{,}203 \cdot 10^{-2}$ **c)** $4{,}281 \cdot 10^1$ **d)** $2{,}3 \cdot 10^3$ **e)** $8 \cdot 10^6$ **f)** $1{,}94 \cdot 10^{10}$ **g)** $8{,}7 \cdot 10^{-3}$
2.11 **a)** 2 **b)** -5 **c)** 8 **d)** 6
2.12 **a)** $7 \cdot 10^2\,\mathrm{g}$ **b)** $5 \cdot 10^3\,\ell$ **c)** $8{,}13 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{s}$ **d)** $2 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{m}^2$ **e)** $3{,}42 \cdot 10^{-1}\,\mathrm{m}^3$
2.13 **a)** $3{,}41 \cdot 10^2\,\mathrm{mm}$ **b)** $4{,}5 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kN}$ **c)** $2{,}3 \cdot 10^1\,\mu\mathrm{s}$ **d)** $3{,}042 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{km}^2$ **e)** $5{,}2 \cdot 10^3\,\mathrm{cm}^3$
2.14 **a)** $2{,}7 \cdot 10^3\,\mathrm{MHz}$ **b)** $3{,}4 \cdot 10^4\,\mathrm{mN}$ **c)** $7{,}203 \cdot 10^1\,\mathrm{mV}$ **d)** $4{,}2 \cdot 10^3\,\mathrm{dag}$ **e)** $1{,}8 \cdot 10^0\,\mathrm{cm}^3$
2.15 **a)** $72\,\mathrm{km/h}$ **b)** $10\,\mathrm{m/s}$

3. Potenzen mit ganzzahligen Exponenten, Quadratwurzeln & Kubikwurzeln

MmF-Materialien

Für die Bearbeitung der folgenden Aufgaben empfehlen wir:

✓ Arbeitsblatt – Potenzen und Wurzeln

3.1

M8

Berechne das Ergebnis.

a) $3 - 4 \cdot 2^2 =$ ______________________________

b) $(3 - 4 \cdot 2)^2 =$ ______________________________

c) $(3 - 4)^2 \cdot 2 =$ ______________________________

d) $3 - (4 \cdot 2)^2 =$ ______________________________

3.2

M8

Berechne das Ergebnis.

a) $3 \cdot 2^3 - 5^2 - 2 \cdot 3^2 - 7^2 =$ ______________________________

b) $3 \cdot (2^3 - 5^2) - 2 \cdot (3^2 - 7^2) =$ ______________________________

c) $3 \cdot 2^3 - 5^2 - (2 \cdot 3)^2 - 7^2 =$ ______________________________

3.3

M8

Berechne das Ergebnis.

a) $(-2)^3 =$ ☐ **b)** $-2^3 =$ ☐ **c)** $(-2)^4 =$ ☐ **d)** $-2^4 =$ ☐

3.4

Trage jeweils das richtige Symbol $<$, $=$ oder $>$ in das Kästchen ein.

a) 2^3 ☐ 2^5 **b)** $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ ☐ $\left(\frac{1}{2}\right)^5$ **c)** 42^0 ☐ 0 **d)** 0^{42} ☐ 0 **e)** $(-2)^3$ ☐ 0 **f)** 2^{-3} ☐ 0 **g)** 5^{-1} ☐ $\frac{1}{5}$

3.5

Welche der folgenden Zahlen ist gleich groß wie 5^{-2}? Kreuze an.

☐ -10 ☐ $-\frac{1}{10}$ ☐ $-\frac{1}{25}$ ☐ $\frac{1}{25}$ ☐ $\frac{1}{10}$ ☐ 10

3.6 MmF

Welche der folgenden Zahlen ist gleich groß wie $3 \cdot 2^{-1}$? Kreuze an.

☐ -6 ☐ $-\frac{3}{2}$ ☐ $-\frac{1}{6}$ ☐ $\frac{1}{6}$ ☐ $\frac{3}{2}$ ☐ 6

3.7 MmF

Trage den richtigen Exponenten in das jeweilige Kästchen ein.

a) $\frac{1}{10^3 \cdot 10^5} = 10^{\square}$ **b)** $\frac{2^3 \cdot 2^5 \cdot 3^4}{6^3} = 2^{\square} \cdot 3^{\square}$ **c)** $\frac{10^4 \cdot 2^3}{2^5 \cdot 5^6} = 2^{\square} \cdot 5^{\square}$

3.8 ☆ MmF

Ordne die 4 Bruchzahlen der Größe nach.

i) $(1 + \frac{1}{2})^2$ **ii)** $(1 + \frac{1}{2})^3$ **iii)** $(1 + \frac{1}{3})^3$ **iv)** $(1 + \frac{1}{3})^4$

3.9 MmF

Berechne das Ergebnis.

a) $\sqrt{49} = \square$ **b)** $\sqrt{\frac{4}{25}} = \square$ **c)** $\sqrt[3]{27} = \square$ **d)** $\sqrt{(-3)^2} = \square$ **e)** $\sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \square$ **f)** $\sqrt{2^{10}} = \square$

3.10 MmF

Berechne das Ergebnis.

a) $\frac{5}{2} + \sqrt{\frac{9}{4}}$ **b)** $3 - \sqrt{\frac{16}{25}}$ **c)** $\frac{3 + \sqrt{9 + 40}}{4}$ **d)** $\frac{7 - \sqrt{49 + 32}}{4}$

3.11 MmF

Welche der folgenden Zahlen ist gleich groß wie $\sqrt{20}$?

☐ 10 ☐ $2 \cdot \sqrt{5}$ ☐ $5 \cdot \sqrt{2}$ ☐ $-\sqrt{20}$

3.12 MmF

Welche der folgenden Zahlen ist gleich groß wie $\sqrt{2^3 \cdot 3^2}$?

☐ $2 \cdot \sqrt{3}$ ☐ $6 \cdot \sqrt{2}$ ☐ 6 ☐ 36

3.13 MmF

Welche der folgenden Zahlen ist gleich groß wie $\sqrt{2^2 \cdot 3^3 \cdot 5}$?

☐ 30 ☐ $6 \cdot \sqrt{5}$ ☐ $6 \cdot \sqrt{15}$ ☐ $6 \cdot \sqrt{30}$

3.14

Trage ganze Zahlen so in die Kästchen ein, dass die Gleichung stimmt.

a) $(5-\sqrt{2})\cdot(3+\sqrt{2}) = \boxed{} + \boxed{}\cdot\sqrt{2}$

b) $(5-2\cdot\sqrt{3})\cdot(4+\sqrt{3}) = \boxed{} + \boxed{}\cdot\sqrt{3}$

c) $(3-2\cdot\sqrt{5})\cdot(2+\sqrt{5}) = \boxed{} + \boxed{}\cdot\sqrt{5}$

3.1 **a)** -13 **b)** 25 **c)** 2 **d)** -61
3.2 **a)** -68 **b)** 29 **c)** -86
3.3 **a)** -8 **b)** -8 **c)** 16 **d)** -16
3.4 **a)** $2^3 < 2^5$ **b)** $\left(\frac{1}{2}\right)^3 > \left(\frac{1}{2}\right)^5$ **c)** $42^0 > 0$ **d)** $0^{42} = 0$ **e)** $(-2)^3 < 0$ **f)** $2^{-3} > 0$ **g)** $5^{-1} = \frac{1}{5}$
3.5 $5^{-2} = \frac{1}{25}$
3.6 $3\cdot 2^{-1} = \frac{3}{2}$
3.7 **a)** 10^{-8} **b)** $2^5\cdot 3^1$ **c)** $2^2\cdot 5^{-2}$
3.8 $(1+\frac{1}{2})^2 < (1+\frac{1}{3})^3 < (1+\frac{1}{3})^4 < (1+\frac{1}{2})^3$
3.9 **a)** 7 **b)** $\frac{2}{5}$ **c)** 3 **d)** 3 **e)** $\frac{1}{2}$ **f)** 2^5
3.10 **a)** 4 **b)** $\frac{11}{5}$ **c)** $\frac{5}{2}$ **d)** $-\frac{1}{2}$
3.11 $2\cdot\sqrt{5}$
3.12 $6\cdot\sqrt{2}$
3.13 $6\cdot\sqrt{15}$
3.14 **a)** $13+2\cdot\sqrt{2}$ **b)** $14+(-3)\cdot\sqrt{3}$ **c)** $-4+(-1)\cdot\sqrt{5}$

4. Rechnen mit Termen

MmF-Materialien

Für die Bearbeitung der folgenden Aufgaben empfehlen wir:

- ✓ Arbeitsblatt – Rechenregeln für Terme
- ✓ Arbeitsblatt – Binomische Formeln und Pascalsches Dreieck

4.1

M8

Übersetze den Text in einen Term. Verwende x als Platzhalter für die unbekannte Zahl.

a) Das Doppelte der unbekannten Zahl wird von 42 abgezogen. Das Ergebnis wird verdoppelt.

b) Das Produkt der unbekannten Zahl mit sich selbst wird um 1 verkleinert. Das Ergebnis wird halbiert.

c) Der Kehrwert der unbekannten Zahl wird um 3 vergrößert.

d) Das Quadrat der unbekannten Zahl wird verdoppelt. Das Ergebnis wird um 5 verkleinert.

4.2

M8

Trage Zahlen so in die Kästchen ein, dass die Terme auf beiden Seiten äquivalent sind.

a) $19 \cdot x - 8 \cdot y + 2 \cdot x - 3 \cdot y + x \cdot y - 2 + 4 \cdot x - 2 \cdot x \cdot y = \square \cdot x \cdot y + \square \cdot x + \square \cdot y + \square$

b) $7 \cdot x - (3 - 2 \cdot y) + (-6 \cdot x - 8 \cdot y) - (-3 \cdot x + 9 \cdot y) = \square \cdot x + \square \cdot y + \square$

c) $-[2 \cdot x - (3 \cdot y - 5 \cdot x + 2) - 8 \cdot y] = \square \cdot x + \square \cdot y + \square$

4.3

M8

Trage Zahlen so in die Kästchen ein, dass die Terme auf beiden Seiten äquivalent sind.

a) $5 \cdot x \cdot (3 - 2 \cdot y) + 2 \cdot y \cdot (x - 5) - 3 \cdot (2 \cdot x - 5 \cdot y) = \square \cdot x \cdot y + \square \cdot x + \square \cdot y$

b) $(4 \cdot x - 3 \cdot y) \cdot (5 - 2 \cdot x) = \square \cdot x^2 + \square \cdot x \cdot y + \square \cdot x + \square \cdot y$

c) $(5 \cdot x^2 - 3 \cdot y) \cdot (2 \cdot y - 3 \cdot x) = \square \cdot x^3 + \square \cdot x^2 \cdot y + \square \cdot y^2 + \square \cdot x \cdot y$

4.4

M8

Welche der folgenden Terme sind zum Term $4 \cdot x - 2$ äquivalent? Kreuze an.

☐ $2 \cdot (x - 1)$ ☐ $-(2 - 4 \cdot x)$ ☐ $2 \cdot x - 1$ ☐ $\frac{12 \cdot x - 6}{3}$ ☐ $4 \cdot (x - 2)$ ☐ $(4 \cdot x) - 2$

4.5 M8 MmF

Welche der folgenden Terme sind zum Term $x^2 - 9$ äquivalent? Kreuze an.

☐ $(x-3)^2$ ☐ $(x-3)\cdot(x+3)$ ☐ $(x+3)^2$ ☐ $2\cdot x-9$ ☐ $x\cdot x-9$ ☐ x^{2-9}

4.6 M8 MmF

Welche der folgenden Terme sind zum Term $\dfrac{5-2\cdot x}{2}$ äquivalent? Kreuze an.

☐ $\dfrac{2\cdot x-5}{-2}$ ☐ $\dfrac{5}{2}-x$ ☐ $5-x$ ☐ $\dfrac{15-6\cdot x}{6}$ ☐ $\dfrac{-5-2\cdot x}{-2}$ ☐ $\dfrac{5-x^2}{2}$

4.7 M8 MmF

Welche der folgenden Terme sind zum Term $\left(x^2\right)^3$ äquivalent? Kreuze an.

☐ x^5 ☐ x^6 ☐ x^8 ☐ $(-x)^5$ ☐ $(-x)^6$ ☐ $(-x)^8$

4.8 M8 MmF

Kürze den Bruchterm so weit wie möglich.

a) $\dfrac{6\cdot x^4\cdot y\cdot z}{21\cdot x^3\cdot y^3\cdot z}$ **b)** $\dfrac{x^4-x^3+x^2}{2\cdot x}$

4.9 M8 MmF

Schreibe den Term auf einen gemeinsamen Bruch und kürze so weit wie möglich.

a) $4\cdot x\cdot y^2\cdot\dfrac{2\cdot x}{3\cdot y^3}$ **b)** $(5\cdot x\cdot z^2):\dfrac{10\cdot x^2}{4\cdot z}$ **c)** $\dfrac{10\cdot x^2}{4\cdot z}:(5\cdot x\cdot z^2)$

d) $\dfrac{2\cdot x\cdot y}{3\cdot x^2}\cdot\dfrac{6\cdot y^2}{4\cdot x^2\cdot y}$ **e)** $\dfrac{5\cdot x^2\cdot y}{3\cdot x}:\dfrac{2\cdot x^5\cdot y}{6\cdot x^2\cdot y}$

4.10 M8 MmF

Schreibe den Term auf einen gemeinsamen Bruch und vereinfache so weit wie möglich.

a) $\dfrac{1}{x}+\dfrac{a}{x}-\dfrac{b}{x}$ **b)** $\dfrac{4}{y}-\dfrac{a-3}{y}$ **c)** $\dfrac{x+2}{x^2+2}-3\cdot\dfrac{4-x}{x^2+2}$

4.11 MmF

Schreibe den Term auf einen gemeinsamen Bruch und vereinfache so weit wie möglich.

a) $\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{10}$ **b)** $\dfrac{1}{x^6}+\dfrac{1}{x^{10}}$ **c)** $\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{1}{x}$ **d)** $\dfrac{1}{x\cdot(x-1)}-\dfrac{1}{x^2}$ **e)** $\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{x\cdot(x+1)}$ **f)** $\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{x^2}+3$

4.12

Wir betrachten den Term

$$\frac{n^2-1}{n+2}-\frac{n^3+1}{n^2+1}$$

für alle natürlichen Zahlen n.

Mathematischer Kontext: Existiert der Grenzwert $n \to \infty$?

a) Schreibe den Term auf einen gemeinsamen Bruch.

b) Multipliziere danach Zähler und Nenner aus und vereinfache so weit wie möglich.

4.13 M8

Multipliziere aus und vereinfache so weit wie möglich.

a) $(x+y)^2+(x-y)^2$ **b)** $(x+y)^2-(x-y)^2$ **c)** $(x+y)^2-4\cdot\frac{x\cdot y}{2}$

4.14 M8

Multipliziere aus und vereinfache so weit wie möglich.

a) $(x\cdot 3)^2-(x+3)^2$ **b)** $3\cdot(x\cdot y)-3\cdot(x+y)^2$

4.15 M8

Multipliziere aus und vereinfache so weit wie möglich.

a) $(x+3)^2$ **b)** $(4\cdot x-2\cdot y)^2$ **c)** $(3\cdot x^2+5\cdot y)^2$ **d)** $(7\cdot x+3\cdot y)\cdot(7\cdot x-3\cdot y)$

e) $(x^2-4\cdot y^3)\cdot(x^2+4\cdot y^3)$ **f)** $(x^2-2\cdot x+2)\cdot(x^2+2\cdot x+2)$

4.16 M8

Trage Terme so in die Kästchen ein, dass beide Seiten äquivalent sind.

a) $x^3+x^2+x=x\cdot\left(\boxed{}+\boxed{}+\boxed{}\right)$

b) $x^4-x^3+x^2=x^2\cdot\left(\boxed{}-\boxed{}+\boxed{}\right)$

c) $6\cdot x^3-3\cdot x^2+12\cdot x=3\cdot x\cdot\left(\boxed{}-\boxed{}+\boxed{}\right)$

4.17

Suche dir deine Lieblingszahl aus und führe die folgenden Rechenschritte durch.
Trage die Zwischenergebnisse in die Kästchen unten ein.

i) Subtrahiere 1 von deiner Lieblingszahl.
ii) Multipliziere das Ergebnis mit 6.
iii) Addiere 40 zum Ergebnis.
iv) Dividiere das Ergebnis durch 2.
v) Subtrahiere vom Ergebnis das Dreifache deiner Lieblingszahl.
vi) Addiere 25 zum Ergebnis.

Lieblingszahl Ergebnis

$$\boxed{} \xrightarrow{\text{i)}} \boxed{} \xrightarrow{\text{ii)}} \boxed{} \xrightarrow{\text{iii)}} \boxed{} \xrightarrow{\text{iv)}} \boxed{} \xrightarrow{\text{v)}} \boxed{} \xrightarrow{\text{vi)}} \boxed{42}$$

Meine Lieblingszahl bei solchen Rätseln ist x. Führe die gleichen Rechenschritte wie vorher mit x durch.
Vereinfache nach jedem Schritt so weit wie möglich.
Zeige, dass das Ergebnis hier tatsächlich immer 42 ist.

4.18

Suche dir deine Lieblingszahl aus und führe die folgenden Rechenschritte durch.
Trage die Zwischenergebnisse in die Kästchen unten ein.

i) Multipliziere die Zahl mit sich selbst.
ii) Subtrahiere 4 vom Ergebnis.
iii) Dividiere das Ergebnis durch jene Zahl, die um 2 größer als deine Lieblingszahl ist.
iv) Addiere 16 zum Ergebnis.
v) Subtrahiere deine Lieblingszahl vom Ergebnis.
vi) Multipliziere das Ergebnis mit 3.

Lieblingszahl Ergebnis

$$\boxed{} \xrightarrow{\text{i)}} \boxed{} \xrightarrow{\text{ii)}} \boxed{} \xrightarrow{\text{iii)}} \boxed{} \xrightarrow{\text{iv)}} \boxed{} \xrightarrow{\text{v)}} \boxed{} \xrightarrow{\text{vi)}} \boxed{42}$$

Führe die gleichen Rechenschritte wie vorher mit x statt deiner Lieblingszahl durch.
Vereinfache nach jedem Schritt so weit wie möglich.
Gibt es eine Lieblingszahl, bei der das Verfahren scheitert?
Zeige, dass das Ergebnis für alle anderen Lieblingszahlen immer 42 ist.

4.19

Multipliziere aus und vereinfache so weit wie möglich.

a) $(1 - x) \cdot (1 + x + x^2)$

b) $(1 + x) \cdot (1 - x + x^2)$

c) $(1 - x) \cdot (1 + x + x^2 + x^3)$

d) $(1 + x) \cdot (1 - x + x^2 - x^3)$

e) $(1 + x + x^2) \cdot (1 - x + x^2)$

f) $(1 + 2 \cdot x) \cdot (1 - x)$

g) $(1 + 2 \cdot x + 3 \cdot x^2) \cdot (1 - x)$

h) $(1 + 2 \cdot x + 3 \cdot x^2 + 4 \cdot x^3) \cdot (1 - x)$

i) $(1 + x^2) \cdot (1 + x^4)$

j) $(1 + x^2) \cdot (1 + x^4) \cdot (1 + x^8)$

4.1 **a)** $(42 - 2 \cdot x) \cdot 2$ **b)** $\frac{x^2-1}{2}$ **c)** $\frac{1}{x} + 3$ **d)** $2 \cdot x^2 - 5$

4.2 **a)** $(-1) \cdot x \cdot y + 25 \cdot x + (-11) \cdot y + (-2)$ **b)** $4 \cdot x + (-15) \cdot y + (-3)$ **c)** $(-7) \cdot x + 11 \cdot y + 2$

4.3 **a)** $-8 \cdot x \cdot y + 9 \cdot x + 5 \cdot y$ **b)** $-8 \cdot x^2 + 6 \cdot x \cdot y + 20 \cdot x + -15 \cdot y$ **c)** $-15 \cdot x^3 + 10 \cdot x^2 \cdot y - 6 \cdot y^2 + 9 \cdot x \cdot y$

4.4 $-(2 - 4 \cdot x)$, $\frac{12 \cdot x - 6}{3}$ und $(4 \cdot x) - 2$

4.5 $(x - 3) \cdot (x + 3)$ und $x \cdot x - 9$

4.6 $\frac{2 \cdot x - 5}{-2}$, $\frac{5}{2} - x$ und $\frac{15 - 6 \cdot x}{6}$

4.7 x^6 und $(-x)^6$

4.8 **a)** $\frac{2 \cdot x}{7 \cdot y^2}$ **b)** $\frac{x^3 - x^2 + x}{2}$

4.9 **a)** $\frac{8 \cdot x^2}{3 \cdot y}$ **b)** $\frac{2 \cdot z^3}{x}$ **c)** $\frac{x}{2 \cdot z^3}$ **d)** $\frac{y^2}{x^3}$ **e)** $\frac{5 \cdot y}{x^2}$

4.10 **a)** $\frac{1 + a - b}{x}$ **b)** $\frac{7 - a}{y}$ **c)** $\frac{4 \cdot x - 10}{x^2 + 2}$

4.11 **a)** $\frac{4}{15}$ **b)** $\frac{x^4 + 1}{x^{10}}$ **c)** $\frac{1}{x \cdot (x-1)}$ **d)** $\frac{1}{x^2 \cdot (x-1)}$ **e)** $\frac{1}{x^2 \cdot (x+1)}$ **f)** $\frac{x + 2 + 3 \cdot x^2}{x^2}$

4.12 $\frac{-2 \cdot n^3 - n - 3}{n^3 + 2 \cdot n^2 + n + 2}$

4.13 **a)** $2 \cdot x^2 + 2 \cdot y^2$ **b)** $4 \cdot x \cdot y$ **c)** $x^2 + y^2$

4.14 **a)** $8 \cdot x^2 - 6 \cdot x - 9$ **b)** $-3 \cdot x^2 - 3 \cdot x \cdot y - 3 \cdot y^2$

4.15 **a)** $x^2 + 6 \cdot x + 9$ **b)** $16 \cdot x^2 - 16 \cdot x \cdot y + 4 \cdot y^2$ **c)** $9 \cdot x^4 + 30 \cdot x^2 \cdot y + 25 \cdot y^2$ **d)** $49 \cdot x^2 - 9 \cdot y^2$ **e)** $x^4 - 16 \cdot y^6$ **f)** $x^4 + 4$

4.16 **a)** $x \cdot \left(x^2 + x + 1\right)$ **b)** $x^2 \cdot \left(x^2 - x + 1\right)$ **c)** $3 \cdot x \cdot \left(2 \cdot x^2 - x + 4\right)$

4.17 $x \to x - 1 \to 6 \cdot (x - 1) = 6 \cdot x - 6 \to \cdots \to 42$

4.18 Die Lieblingszahl -2 führt zu einer Division durch 0.
$x \to x^2 \to x^2 - 4 \to \cdots \to 42$

4.19 **a)** $1 - x^3$ **b)** $1 + x^3$ **c)** $1 - x^4$ **d)** $1 - x^4$ **e)** $1 + x^2 + x^4$ **f)** $1 + x - 2 \cdot x^2$ **g)** $1 + x + x^2 - 3 \cdot x^3$ **h)** $1 + x + x^2 + x^3 - 4 \cdot x^4$
i) $1 + x^2 + x^4 + x^6$ **j)** $1 + x^2 + x^4 + x^6 + x^8 + x^{10} + x^{12} + x^{14}$

5. Gleichungen & Formeln

MmF-Materialien

Für die Bearbeitung der folgenden Aufgaben empfehlen wir:

✓ Arbeitsblatt – Gleichungen und Formeln

Einschränkungen

Bei den Aufgaben 5.1 – 5.7 nehmen die Parameter a, b, c und d sowie die Variable x jeweils nur solche Werte an, dass alle Ausdrücke definiert sind und die Gleichung eine eindeutige Lösung $x = \dots$ über der angegebenen Grundmenge hat. Die jeweils letzte Gleichung dieser Aufgaben dient zur Vorbereitung auf die Formeln aus den Anwendungsbereichen in den Aufgaben 5.10 – 5.15.

- Es sind genau jene Gleichungen mit einem ☆ markiert, bei denen die Variable x an mehreren Stellen auftritt und ein Parameter vorkommt.
- Es sind genau jene Formeln mit einem ☆ markiert, bei denen die gesuchte Größe an mehreren Stellen auftritt.

5.1 M8

Löse die Gleichung über der Grundmenge $G = \mathbb{R}$.

a) $3 \cdot x + 4 \cdot x = 42$ **b)** $7 \cdot x - 2 \cdot x = 25$ **c)** ☆ $a \cdot x + b \cdot x = c$

5.2 M8

Löse die Gleichung über der Grundmenge $G = \mathbb{R}$.

a) $5 \cdot x = 3 \cdot x + 8$ **b)** $8 \cdot x = 5 \cdot x - 12$ **c)** $-2 \cdot x = 1 + 3 \cdot x$ **d)** ☆ $a \cdot x = b \cdot x + c$

5.3 M8

Löse die Gleichung über der Grundmenge $G = \mathbb{R}$.

a) $3 \cdot (x + 5) = -2 \cdot x$ **b)** $2 \cdot (3 - x) = 4 \cdot (x + 6)$ **c)** ☆ $a \cdot (x + b) = x \cdot (c + d)$

5.4 M8

Löse die Gleichung über der Grundmenge $G = \mathbb{R}$.

a) $\frac{42}{x} = 6$ **b)** $\frac{4}{x+2} = \frac{3}{x+1}$ **c)** $\frac{2}{x-3} = \frac{3}{x+4}$ **d)** $\frac{2}{x+1} - \frac{4}{x+3} = 0$ **e)** ☆ $\frac{a}{x+b} = \frac{c}{x+d}$

5.5 M8

Löse die Gleichung über der Grundmenge $G = \mathbb{R}$.

a) $\frac{x-1}{3} = \frac{x}{4} - 1$ **b)** $\frac{x+1}{5} + 1 = \frac{x}{3}$ **c)** $\frac{x+2}{3} + \frac{x}{2} = 2$ **d)** ☆ $\frac{x+a}{b} = \frac{x}{c} + d$

5.6 M8 MmF

Löse die Gleichung über der Grundmenge $G = \mathbb{R}$.

a) $2 \cdot \left(\frac{x}{4} + 3\right) = x$ **b)** $4 \cdot \left(\frac{x}{3} - 1\right) = x + 2$ **c)** $a \cdot \left(\frac{x}{b} + c\right) = x + d$

5.7 MmF

Löse die Gleichung über der Grundmenge $G = \mathbb{R}^+$.

a) $x^2 + 3 = 7$ **b)** $2 \cdot x^2 - 9 = 9$ **c)** $a \cdot x^2 + b = c$

5.8 M8 MmF

Löse die Gleichung über der Grundmenge $G = \mathbb{R}$.

a) $3 \cdot (2 \cdot x - 4) = 5 \cdot x - 1$ **b)** $\frac{2 \cdot x}{5} + 1 = 5$ **c)** $\frac{x+2}{4} - \frac{x+2}{3} = 2$ **d)** $\frac{4 \cdot x}{3} - \frac{3 \cdot x}{2} = 2 \cdot x + 13$

5.9 M8 MmF

Löse die Gleichung über der Grundmenge $G = \mathbb{R}$. Für welche Werte von x ist die Gleichung *nicht* definiert?

a) $\frac{3}{x-2} = 5$ **b)** $\frac{2 \cdot x}{x - 28} = 6$ **c)** $\frac{14}{3 \cdot x - 8} = \frac{12}{2 \cdot x - 4}$

5.10 MmF

Forme nach der angegebenen Variable um.

a) Allgemeines Dreieck (Flächeninhalt)

$A = \frac{a \cdot h_a}{2}$ $a = ?$

b) Satz des Pythagoras

$a^2 + b^2 = c^2$ $b = ?$

c) Parallelogramm (Umfang)

$u = 2 \cdot a + 2 \cdot b$ $b = ?$

d) Trapez (Flächeninhalt)

$A = \frac{(a+c) \cdot h}{2}$ $c = ?$

e) Kreis (Flächeninhalt)

$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$ $d = ?$

f) Rechtwinkeliges Dreieck

$\tan(\alpha) = \frac{G}{A}$ $A = ?$

5.11 MmF

Forme nach der angegebenen Variable um.

a) Kugel (Volumen)

$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$ $r = ?$

b) Drehzylinder (Oberfläche)

$O = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$ $h = ?$

c) Drehkegel (Volumen)

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$ $r = ?$

d) Quader (Oberfläche)

$O = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$ $b = ?$

e) Quadratische Pyramide (Oberfläche)

$O = a^2 + 4 \cdot \frac{a \cdot h}{2}$ $h = ?$

5.12 MmF

Forme nach der angegebenen Variable um.

a) Gleichförmige Bewegung (Geschwindigkeit)

$$v = \frac{s}{t} \qquad t = ?$$

b) Beschleunigte Bewegung aus Stillstand ($t \geq 0$)

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \qquad t = ?$$

c) Mittlere Geschwindigkeit

$$\bar{v} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} \qquad t_1 = ?$$

d) Schiefer Wurf (Wurfweite)

$$w = \frac{v_0^2 \cdot \sin(2 \cdot \alpha)}{g} \qquad v_0 = ?$$

5.13 MmF

Forme nach der angegebenen Variable um.

a) Gravitationsgesetz

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \qquad m_1 = ?$$

b) ☆ Impulserhaltungssatz

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2 \qquad m_2 = ?$$

c) Parallelschaltung von Widerständen

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \qquad R_1 = ?$$

d) Coulombsches Gesetz

$$F = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \qquad r = ?$$

5.14 ☆ MmF

Forme nach der angegebenen Variable um.

a) Optik (Brennweite bei Brechung einer Linse)

$$f' = \frac{f_1' \cdot f_2'}{d - f_1' - f_2} \qquad f_1' = ?$$

b) Elektrotechnik (Spannungsteiler)

$$U_1 = U \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \qquad R_1 = ?$$

c) Elektrotechnik (Widerstand)

$$R = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} \qquad R_3 = ?$$

5.15 MmF

Forme nach der angegebenen Variable um.

a) Drehkegel (Erzeugende)

$$s = \sqrt{h^2 + r^2} \qquad r = ?$$

b) Waagrechter Wurf (Wurfweite)

$$w = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h_0}{g}} \qquad h_0 = ?$$

c) Harmonische Schwingung (Periodendauer)

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}} \qquad D = ?$$

d) Gleichmäßig beschleunigte Kreisbewegung

$$\omega_t = \sqrt{\omega_0^2 + 2 \cdot \alpha \cdot \Delta\varphi} \qquad \omega_0 = ?$$

e) Schiefer Wurf (Flugdauer bei maximaler Wurfweite)

$$t = \frac{1}{g} \cdot \sqrt{2 \cdot v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h_0} \qquad v_0 = ?$$

5.16

Welche Zahl hat die folgende Eigenschaft? Verdoppelt man diese Zahl und subtrahiert man anschließend 42 vom Ergebnis, dann erhält man die Hälfte der ursprünglichen Zahl.

a) Stelle eine Gleichung für diese Zahl auf, und löse die Gleichung.

b) Führe eine Probe durch.

5.17

Welche Zahl hat die folgende Eigenschaft? Die Hälfte dieser Zahl ist um 3 größer als ein Drittel dieser Zahl.

a) Stelle eine Gleichung für diese Zahl auf, und löse die Gleichung.

b) Führe eine Probe durch.

5.18

Für einen Einkauf in einem Geschäft gibt es zwei verschiedene Gutscheine:

- Gutschein A: 7 € Rabatt auf den Einkauf
- Gutschein B: 20 % Rabatt auf den Einkauf

Beim Bezahlen darfst du nur einen der beiden Gutscheine einlösen.

a) Du legst nur einen Artikel um 30 € in den Warenkorb.
Mit welchem Gutschein bezahlst du weniger? Begründe deine Antwort.

b) Diesmal legst du nur einen Artikel um P € in den Warenkorb.
Wie groß muss P sein, damit du mit beiden Gutscheinen gleich viel bezahlst?

5.19

Für die periodische Dezimalzahl $x = 0{,}\overline{81} = 0{,}818181\ldots$ gilt:

$$100 \cdot x = 81 + x$$

a) Stelle x als vollständig gekürzten Bruch dar.

b) Stelle $0{,}\overline{42}$ als vollständig gekürzten Bruch dar.

5.1 **a)** $x = 6$ **b)** $x = 5$ **c)** $x = \frac{c}{a+b}$

5.2 **a)** $x = 4$ **b)** $x = -4$ **c)** $x = -\frac{1}{5}$ **d)** $x = \frac{c}{a-b}$

5.3 **a)** $x = -3$ **b)** $x = -3$ **c)** $x = \frac{a \cdot b}{c+d-a}$

5.4 **a)** $x = 7$ **b)** $x = 2$ **c)** $x = 17$ **d)** $x = 1$ **e)** $x = \frac{b \cdot c - a \cdot d}{a-c}$ oder $x = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{c-a}$

5.5 **a)** $x = -8$ **b)** $x = 9$ **c)** $x = \frac{8}{5}$ **d)** $x = \frac{a \cdot c - b \cdot c \cdot d}{b-c}$ oder $x = \frac{b \cdot c \cdot d - a \cdot c}{c-b}$

5.6 **a)** $x = 12$ **b)** $x = 18$ **c)** $x = \frac{b \cdot d - a \cdot b \cdot c}{a-b}$

5.7 **a)** $x = 2$ **b)** $x = 3$ **c)** $x = \sqrt{\frac{c-b}{a}}$

5.8 **a)** $L = \{11\}$ **b)** $L = \{10\}$ **c)** $L = \{-26\}$ **d)** $L = \{-6\}$

5.9 **a)** $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$, $L = \{\frac{13}{5}\}$ **b)** $D = \mathbb{R} \setminus \{28\}$, $L = \{42\}$ **c)** $D = \mathbb{R} \setminus \{2; \frac{8}{3}\}$, $L = \{5\}$

5.10 **a)** $a = \frac{2 \cdot A}{h_a}$ **b)** $b = \sqrt{c^2 - a^2}$ **c)** $b = \frac{u - 2 \cdot a}{2}$ **d)** $c = \frac{2 \cdot A - a \cdot h}{h}$ **e)** $d = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}}$ **f)** $A = \frac{G}{\tan(\alpha)}$

5.11 **a)** $r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot V}{4 \cdot \pi}}$ **b)** $h = \frac{O - 2 \cdot \pi \cdot r^2}{2 \cdot \pi \cdot r}$ **c)** $r = \sqrt{\frac{3 \cdot V}{\pi \cdot h}}$ **d)** $b = \frac{O - 2 \cdot a \cdot c}{2 \cdot a + 2 \cdot c}$ **e)** $h = \frac{O - a^2}{2 \cdot a}$

5.12 **a)** $t = \frac{s}{v}$ **b)** $t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}}$ **c)** $t_1 = \frac{\bar{v} \cdot t_2 + s_1 - s_2}{\bar{v}}$ **d)** $v_0 = \sqrt{\frac{w \cdot g}{\sin(2 \cdot \alpha)}}$

5.13 **a)** $m_1 = \frac{F \cdot r^2}{G \cdot m_2}$ **b)** $m_2 = \frac{m_1 \cdot v_1 - m_1 \cdot u_1}{u_2 - v_2}$ **c)** $R_1 = \frac{R \cdot R_2}{R_2 - R}$ **d)** $r = \sqrt{\frac{q_1 \cdot q_2}{F \cdot 4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0}}$

5.14 **a)** $\frac{d \cdot f' - f' \cdot f_2}{f_2' + f'}$ **b)** $R_1 = \frac{R_2 \cdot U_1}{U - U_1}$ **c)** $R_3 = \frac{R \cdot R_2 - R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 - R}$

5.15 **a)** $r = \sqrt{s^2 - h^2}$ **b)** $h_0 = \frac{g \cdot \left(\frac{w}{v_0}\right)^2}{2} = \frac{w^2 \cdot g}{2 \cdot {v_0}^2}$ **c)** $D = \frac{m}{\left(\frac{T}{2 \cdot \pi}\right)^2} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot m}{T^2}$ **d)** $\omega_0 = \sqrt{\omega_t^2 - 2 \cdot \alpha \cdot \Delta\varphi}$ **e)** $v_0 = \sqrt{\frac{g^2 \cdot t^2 - 2 \cdot g \cdot h_0}{2}}$

5.16 $2 \cdot x - 42 = \frac{x}{2}$ hat die Lösung 28.

5.17 $\frac{x}{2} - 3 = \frac{x}{3}$ hat die Lösung 18.

5.18 **a)** Mit Gutschein A zahle ich 23 €. Mit Gutschein B zahle ich 24 €. Also zahle ich mit Gutschein A weniger. **b)** $P = 35$ €

5.19 $0{,}\overline{81} = \frac{9}{11}$ $0{,}\overline{42} = \frac{14}{33}$

6. Proportionalität

MmF-Materialien

Für die Bearbeitung der folgenden Aufgaben empfehlen wir:

✓ Arbeitsblatt – Proportionalitäten

6.1

M8

Die Größen x und y sind *direkt* proportional. Trage die richtigen Werte in die Tabelle ein.

a)

x	0	1	2	3	4	5	6
y			4				

b)

x	0	1	2	3	4	5	6
y		-3					

6.2

Die Größen x und y sind *direkt* proportional. Trage die richtigen Werte in die Tabelle ein.

a)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							6

b)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y		3					

6.3

M8

Die Größen x und y sind *indirekt* proportional. Trage die richtigen Werte in die Tabelle ein.

a)

x	1	2	3	4	5	6
y		6				

b)

x	1	2	3	4	5	6
y	-4					

6.4

Die Größen x und y sind *indirekt* proportional. Trage die richtigen Werte in die Tabelle ein.

a)

x	-3	-2	-1	1	2	3
y		-3				

b)

x	-3	-2	-1	1	2	3
y	4					

6.5

M8 MmF

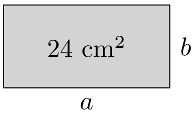
Auf einem Stadtplan im Maßstab 1 : 10 000 sind zwei Sehenswürdigkeiten 8,4 cm voneinander entfernt.
Berechne die tatsächliche Entfernung der Sehenswürdigkeiten in Metern.

6.6

MmF

Es gibt verschiedene Rechtecke, die den Flächeninhalt 24 cm² haben.

a) Trage in die Tabelle alle ganzzahligen Seitenlängen ein, bei denen das Rechteck den Flächeninhalt 24 cm² hat.



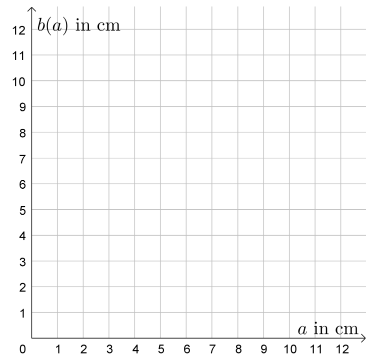
a in cm	1						24
b in cm	24						1
Flächeninhalt in cm²	24	24	24	24	24	24	24

b) Zeichne jedes Wertepaar, das du in der Tabelle oben eingetragen hast, als Punkt $(a \mid b)$ in das Koordinatensystem rechts ein.

c) Die Seitenlänge b hängt von der Seitenlänge a ab.
Skizziere rechts den Graphen dieser Funktion.

d) Erstelle eine Funktionsgleichung.

$b(a) =$ ______



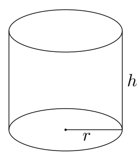
e) Beurteile die folgenden Aussagen:

	zutreffend	nicht zutreffend
a und b sind zueinander indirekt proportional, weil das Produkt von a und b immer den gleichen Wert ergibt.	☐	☐
Je größer der Wert für a, desto größer auch der Wert für b.	☐	☐
Je kleiner der Wert für a, desto größer der Wert für b.	☐	☐
Alle obigen Rechtecke besitzen auch den gleichen Umfang.	☐	☐

6.7

MmF

Für den Radius r, die Höhe h und das Volumen V eines Drehzylinders gilt: $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$



a) Sind die angegebenen Größen direkt/indirekt/nicht proportional? Kreuze an.

1) Wenn r gleich bleibt, dann sind V und h …
☐ … direkt proportional. ☐ … indirekt proportional. ☐ … nicht proportional.

2) Wenn h gleich bleibt, dann sind V und r …
☐ … direkt proportional. ☐ … indirekt proportional. ☐ … nicht proportional.

3) Wenn V gleich bleibt, dann sind h und r …
☐ … direkt proportional. ☐ … indirekt proportional. ☐ … nicht proportional.

b) Vervollständige die Sätze. Jene Größe, die im Satz nicht vorkommt, bleibt unverändert.

1) Wenn die Höhe verdreifacht wird, dann wird das Volumen ______________________ .

2) Wenn der Radius verdreifacht wird, dann wird das Volumen ______________________ .

6.8

Für die Masse m, das Volumen V und die Dichte ρ eines Körpers gilt: $\rho = \dfrac{m}{V}$

a) Sind die angegebenen Größen direkt/indirekt/nicht proportional? Kreuze an.

1) Wenn V gleich bleibt, dann sind ρ und m …

☐ … direkt proportional. ☐ … indirekt proportional. ☐ … nicht proportional.

2) Wenn m gleich bleibt, dann sind ρ und V …

☐ … direkt proportional. ☐ … indirekt proportional. ☐ … nicht proportional.

3) Wenn ρ gleich bleibt, dann sind m und V …

☐ … direkt proportional. ☐ … indirekt proportional. ☐ … nicht proportional.

b) Streiche bei **1)** und **2)** jeweils die falsche Antwort durch.

1) Zwei Körper haben das gleiche Volumen.
Wenn der eine Körper die dreifache Masse des anderes Körpers hat, dann ist seine Dichte …

… dreimal so groß wie die Dichte des anderen Körpers.

… ein Drittel der Dichte des anderen Körpers.

2) Zwei Körper haben die gleiche Masse.
Wenn der eine Körper das dreifache Volumen des anderes Körpers hat, dann ist seine Dichte …

… dreimal so groß wie die Dichte des anderen Körpers.

… ein Drittel der Dichte des anderen Körpers.

6.1 a)

x	0	1	2	3	4	5	6
y	0	2	4	6	8	10	12

b)

x	0	1	2	3	4	5	6
y	0	-3	-6	-9	-12	-15	-18

6.2 a)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-6	-4	-2	0	2	4	6

b)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	$\frac{9}{2}$	3	$\frac{3}{2}$	0	$-\frac{3}{2}$	-3	$-\frac{9}{2}$

6.3 a)

x	1	2	3	4	5	6
y	12	6	4	3	$\frac{12}{5}$	2

b)

x	1	2	3	4	5	6
y	-4	-2	$-\frac{4}{3}$	-1	$-\frac{4}{5}$	$-\frac{2}{3}$

6.4 a)

x	-3	-2	-1	1	2	3
y	-2	-3	-6	6	3	2

b)

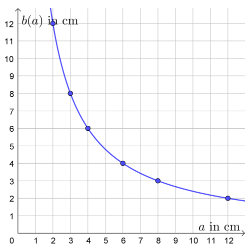
x	-3	-2	-1	1	2	3
y	4	6	12	-12	-6	-4

6.5 840 m

6.6 a)

a in cm	1	2	3	4	6	8	12	24
b in cm	24	12	8	6	4	3	2	1
Flächeninhalt in cm^2	24	24	24	24	24	24	24	24

b) **c)**



d) $b(a) = \frac{24}{a}$ **e)** zutreffend, nicht zutreffend, zutreffend, nicht zutreffend

6.7 a) **1)** direkt proportional **2)** nicht proportional **3)** nicht proportional

6.8 a) **1)** direkt proportional **2)** indirekt proportional **3)** direkt proportional

b) **1)** … seine Dichte dreimal so groß wie die Dichte des anderen Körpers.
2) … ein Drittel der Dichte des anderen Körpers.

7. Geradengleichungen & Lineare Funktionen

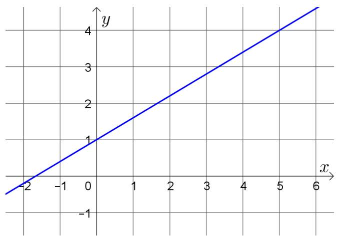
MmF-Materialien

Für die Bearbeitung der folgenden Aufgaben empfehlen wir:

- ✓ Arbeitsblatt – Steigungsmessung von Geraden
- ✓ Arbeitsblatt – Geradengleichungen
- ✓ Arbeitsblatt – Funktionen
- ✓ Arbeitsblatt – Lineare Funktionen

7.1

Rechts ist eine Gerade im Koordinatensystem dargestellt.

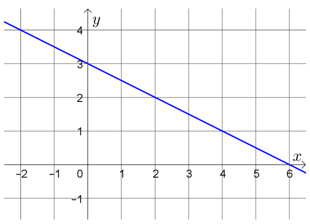


a) Zeichne ein Steigungsdreieck der Gerade mit ganzzahligen Kathetenlängen ein.

b) Ermittle die Steigung k der Gerade.

c) Ermittle die Steigung der Gerade in Prozent.

7.2



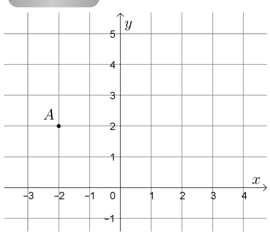
Links ist eine Gerade ist im Koordinatensystem dargestellt.

a) Zeichne ein Steigungsdreieck der Gerade mit ganzzahligen Kathetenlängen ein.

b) Ermittle die Steigung k der Gerade.

c) Ermittle das Gefälle der Gerade in Prozent.

7.3



Eine Gerade hat die Steigung $k = 0{,}2$ und verläuft durch den Punkt A.

Stelle die Steigung k als vollständig gekürzten Bruch dar:

$$k = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Zeichne die Gerade links ein.

7.4

In der linken Tabelle werden Beziehungen zwischen zwei Zahlen x und y beschrieben.
Ordne jeder dieser Beschreibungen die passende lineare Gleichung aus der rechten Tabelle zu.

Das Dreifache von x ist um sechs kleiner als y.	
Das Dreifache von y ist um sechs größer als x.	
Ein Drittel von x ist um zwei größer als y.	
Ein Drittel von y ist um zwei kleiner als x.	

A	$3 \cdot x - y - 2 = 0$
B	$3 \cdot x - y - 6 = 0$
C	$3 \cdot x - y + 6 = 0$
D	$x - 3 \cdot y + 2 = 0$
E	$x - 3 \cdot y - 6 = 0$
F	$x - 3 \cdot y + 6 = 0$

7.5

Erstelle jeweils eine Gleichung $y = k \cdot x + d$ derjenigen Gerade, die durch die gegebenen Punkte verläuft.

a) $A = (1 \mid 1)$, $B = (3 \mid 5)$

b) $A = (-2 \mid 4)$, $B = (2 \mid 2)$

c) $A = (-3 \mid 2)$, $B = (6 \mid 8)$

d) $A = (-1 \mid -1{,}5)$, $B = (3 \mid -7{,}5)$

7.6

Gegeben ist die Gerade mit $2 \cdot x + y = 3$.

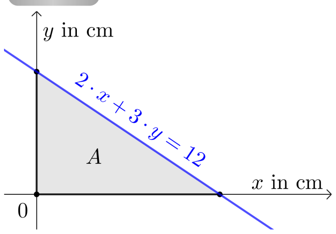
a) Forme die Gleichung in die Form $y = k \cdot x + d$ um.

b) Die Punkte $P = (x_P \mid 5)$ und $Q = (5 \mid y_Q)$ liegen auf der Gerade.
Berechne jeweils die unbekannte Koordinate.

c) Prüfe rechnerisch, ob der Punkt $R = (3 \mid -2)$ auf, oberhalb oder unterhalb der Gerade liegt.

d) Ermittle die Schnittpunkte dieser Geraden mit beiden Koordinatenachsen.

7.7



Das grau markierte Dreieck wird von den Koordinatenachsen und der Gerade

$$2 \cdot x + 3 \cdot y = 12$$

begrenzt. Berechne den Flächeninhalt A des Dreiecks in cm^2.

7.8

Ermittle die Gleichung $y = k \cdot x + d$ jener Gerade, die durch den Punkt R verläuft und parallel zur Gerade durch die Punkte A und B ist.

a) $A = (2 \mid -4)$, $B = (6 \mid 0)$, $R = (1 \mid 1)$

b) $A = (2 \mid 1)$, $B = (4 \mid 6)$, $R = (3 \mid -1)$

c) $A = (4 \mid 6)$, $B = (8 \mid 0)$, $R = (5 \mid 7)$

d) $A = (-1 \mid 3)$, $B = (2 \mid -3)$, $R = (0 \mid -1)$

7.9

a) Die Lösungen der Gleichung $y = 4 \cdot (x - 2) - 3$ liegen auf einer Gerade.

1) Ermittle die Steigung dieser Gerade.

2) Begründe, warum diese Gerade durch den Punkt $(2 \mid -3)$ verläuft.

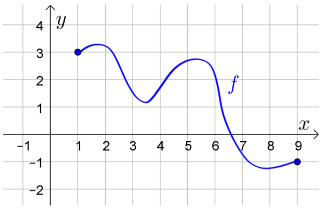
b) Eine andere Gerade hat die Steigung -2 und verläuft durch den Punkt $(3 \mid 5)$.
Welche der folgenden Gleichungen legen diese Gerade fest? Kreuze an.

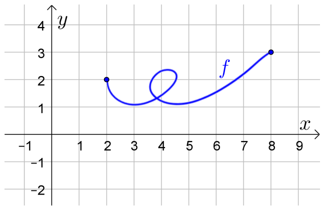
☐ $y = -2 \cdot (x - 3) + 5$ ☐ $y = -2 \cdot (x + 3) + 5$ ☐ $y = -2 \cdot x + 11$ ☐ $y = -2 \cdot x - 1$

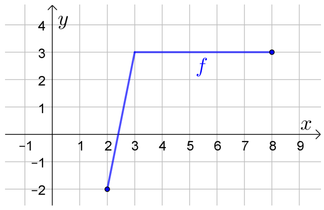
c) Ermittle eine Gleichung jener Gerade, die durch den Punkt $(4 \mid 2)$ verläuft und die Steigung $\frac{2}{3}$ hat.

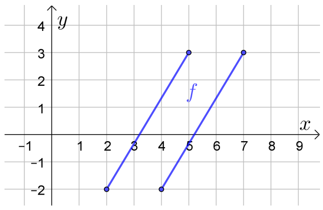
7.10

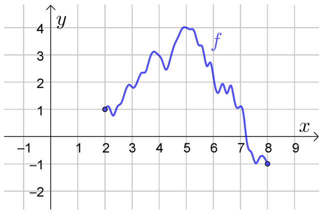
Begründe, ob der Graph einer Funktion f mit $x \mapsto f(x)$ dargestellt ist.
Ermittle bei Funktionen die Definitionsmenge.

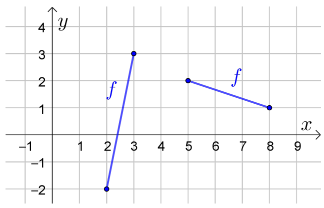
a)


b)


c)


d)


e)


f)


7.11

Die Graphen von 5 linearen Funktion sind rechts dargestellt.

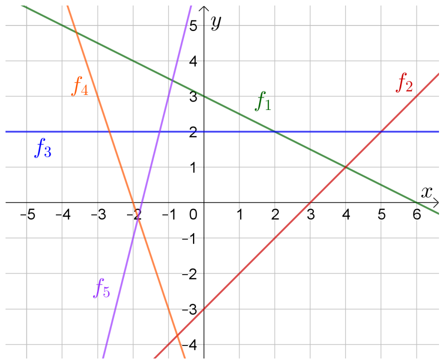
a) Ermittle für jede lineare Funktion eine Gleichung.

b) Ermittle $f_4(-1)$ rechnerisch und grafisch.

c) Ermittle die Lösung der Gleichung $f_2(x) = 3$ rechnerisch und grafisch.

d) Ermittle die Lösung der Gleichung $f_1(x) = f_2(x)$ rechnerisch und grafisch.

e) Ermittle die Nullstelle von f_1 rechnerisch und grafisch.



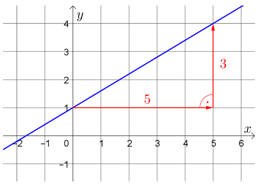
7.12

Begründe, welche Lagebeziehung (schneidend, echt parallel oder ident) die Graphen der linearen Funktionen f und g zueinander haben. Berechne den Schnittpunkt, falls die Graphen schneidend sind.

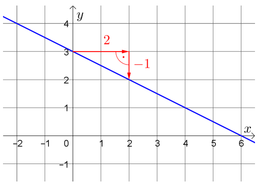
a) $f(x) = \frac{1}{2} \cdot x - \frac{3}{2}$ und $g(x) = -\frac{1}{4} \cdot x + 1$

b) $f(x) = \frac{7}{2} \cdot x - 4$ und $g(x) = -2 \cdot x$

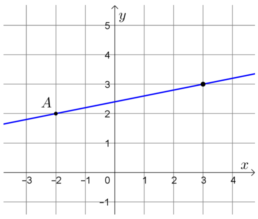
c) $f(x) = 3 \cdot x$ und $g(x) = 3 \cdot x - 4$

7.1 **a)** 

b) $k = \frac{3}{5}$ **c)** 60 % Steigung

7.2 **a)** 

b) $k = -\frac{1}{2}$ **c)** 50 % Gefälle

7.3 $k = \frac{1}{5}$ 

7.4 von oben nach unten: C, F, E, B

7.5 **a)** $y = 2 \cdot x - 1$ **b)** $y = -0{,}5 \cdot x + 3$ **c)** $y = \frac{2}{3} \cdot x + 4$ **d)** $y = -1{,}5 \cdot x - 3$

7.6 **a)** $y = -2 \cdot x + 3$ **b)** $P = (-1 \mid 5)$, $Q = (5 \mid -7)$ **c)** oberhalb, weil $(3 \mid -3)$ auf der Gerade liegt **d)** $S_x = (1{,}5 \mid 0)$, $S_y = (0 \mid 3)$

7.7 $12\,\text{cm}^2$

7.8 **a)** $y = x$ **b)** $y = \frac{5}{2} \cdot x - \frac{17}{2}$ **c)** $y = -\frac{3}{2} \cdot x + \frac{29}{2}$ **d)** $y = -2 \cdot x - 1$

7.9 **a)** **1)** 4 **2)** $-3 = 4 \cdot (2-2) - 3$ ✓

7.10 **a)** Ja, der Graph einer Funktion mit Definitionsmenge $D = [1; 9]$ ist dargestellt.
(Zu jedem x-Wert in D gibt es genau einen zugehörigen y-Wert.)

b) Nein, es ist kein Funktionsgraph, weil es z.B. an der Stelle $x = 5$ mehrere zugehörige y-Werte gibt.

c) Ja, der Graph einer Funktion mit Definitionsmenge $D = [2; 8]$ ist dargestellt.
(Zu jedem x-Wert in D gibt es genau einen zugehörigen y-Wert.)

d) Nein, es ist kein Funktionsgraph, weil es z.B. an der Stelle $x = 4{,}5$ zwei zugehörige y-Werte gibt.

e) Ja, der Graph einer Funktion mit Definitionsmenge $D = [2; 8]$ ist dargestellt.
(Zu jedem x-Wert in D gibt es genau einen zugehörigen y-Wert.)

f) Ja, der Graph einer Funktion mit Definitionsmenge $D = [2; 3] \cup [5; 8]$ ist dargestellt.
(Zu jedem x-Wert in D gibt es genau einen zugehörigen y-Wert.)

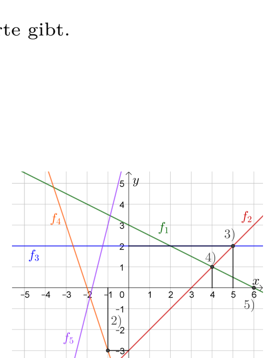
7.11 **a)** $f_1(x) = -0{,}5 \cdot x + 3$ $f_2(x) = x - 3$ $f_3(x) = 2$ $f_4(x) = -3 \cdot x - 6$ $f_5(x) = 4 \cdot x + 7$

b) $f_4(-1) = -3$

c) $x = 6$

d) $x = 4$

e) $x = 6$



7.12 **a)** schneidend, weil verschiedene Steigungen: $S = (\frac{10}{3} \mid \frac{1}{6})$

b) schneidend, weil verschiedene Steigungen: $S = (\frac{8}{11} \mid -\frac{16}{11})$

c) echt parallel, weil gleiche Steigung und verschiedener Ordinatenabschnitt

8. Lineare Gleichungssysteme

MmF-Materialien

Für die Bearbeitung der folgenden Aufgaben empfehlen wir:

✓ Arbeitsblatt – Gleichungssysteme in 2 Variablen

8.1

M8

Das Gleichungssystem hat *genau eine* Lösung. Berechne dieses Zahlenpaar $(x \mid y)$.

a) $\begin{cases} x + y = 13 \\ -x + 3 \cdot y = 3 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} -x + 7 \cdot y = 12 \\ 2 \cdot x + 5 \cdot y = -5 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} 2 \cdot x + y = 1 \\ -3 \cdot x + 2 \cdot y = 16 \end{cases}$

8.2

M8

Das Gleichungssystem hat *genau eine* Lösung. Berechne dieses Zahlenpaar $(x \mid y)$.

a) $\begin{cases} 3 \cdot x - 5 \cdot y = 2 \\ -4 \cdot x + 3 \cdot y = -10 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 4 \cdot x + 3 \cdot y = -6 \\ -5 \cdot x + 2 \cdot y = -4 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} 3 \cdot x - 5 \cdot y = -4 \\ 2 \cdot x + 3 \cdot y = 10 \end{cases}$

8.3

Trage Zahlen so in die Kästchen ein, dass das Gleichungssystem *keine* Lösung hat.

a) $\begin{cases} \square \cdot x + 2 \cdot y = 5 \\ 6 \cdot x - 4 \cdot y = \square \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} \square \cdot x + 9 \cdot y = \square \\ -2 \cdot x + 3 \cdot y = 4 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} \square \cdot x + 4 \cdot y = -12 \\ 6 \cdot x + 3 \cdot y = \square \end{cases}$

8.4

Trage Zahlen so in die Kästchen ein, dass das Gleichungssystem *unendlich viele* Lösungen hat.

a) $\begin{cases} \square \cdot x + 2 \cdot y = 5 \\ 6 \cdot x - 4 \cdot y = \square \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} \square \cdot x + 9 \cdot y = \square \\ -2 \cdot x + 3 \cdot y = 4 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} \square \cdot x + 4 \cdot y = -12 \\ 6 \cdot x + 3 \cdot y = \square \end{cases}$

8.5

Trage Zahlen so in die Kästchen ein, dass das Gleichungssystem *genau eine* Lösung hat.

a) $\begin{cases} \square \cdot x + 2 \cdot y = 5 \\ 6 \cdot x - 4 \cdot y = \square \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} \square \cdot x + 9 \cdot y = \square \\ -2 \cdot x + 3 \cdot y = 4 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} \square \cdot x + 4 \cdot y = -12 \\ 6 \cdot x + 3 \cdot y = \square \end{cases}$

8.6

M8

Der Umfang eines Rechtecks beträgt 42 cm.
Die Längen benachbarter Seiten dieses Rechtecks unterscheiden sich um 5 cm.
Berechne die Seitenlängen dieses Rechtecks.

8.7 M8 MmF

Für eine Exkursion müssen von einer Schulklasse mit n Schüler*innen insgesamt K € eingesammelt werden.

- Wenn pro Schüler*in 12 € eingesammelt werden, dann fehlen insgesamt 16 €.
- Wenn pro Schüler*in 13 € eingesammelt werden, dann bleiben insgesamt 11 € übrig.

a) Stelle ein Gleichungssystem mit 2 Gleichungen in n und K auf, das diesen Sachverhalt beschreibt.

b) Berechne die Anzahl der Schüler*innen dieser Schulklasse.

8.8 MmF

Eine Packung Gummibärchen soll fair unter den Personen einer Gruppe aufgeteilt werden.

- Wenn jede Person 4 Gummibärchen erhält, dann bleiben 22 Gummibärchen übrig.
- Wenn eine Person der Gruppe fehlt, dann erhält jede andere Person der Gruppe genau 5 Gummibärchen.

Mit n wird die Anzahl der Personen dieser Gruppe bezeichnet.
Mit g wird die Anzahl der Gummibärchen in dieser Packung bezeichnet.

a) Stelle ein Gleichungssystem mit 2 Gleichungen in n und g auf, das diesen Sachverhalt beschreibt.

b) Berechne die Anzahl der Gummibärchen in dieser Packung.

8.9 MmF

Die Gleichung $y = k \cdot x + d$ hat 2 Variablen x und y sowie 2 Parameter k und d.

Jede Lösung $(x \mid y)$ der Gleichung ist ein Punkt in der Zahlenebene.
$(0 \mid d)$ ist eine Lösung der Gleichung, weil beim Einsetzen auf beiden Seiten das gleiche Ergebnis d herauskommt.
Alle Lösungen liegen auf einer Gerade mit Steigung k.

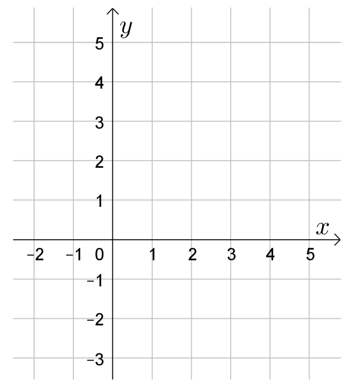
a) Zeichne die Geraden g und h im Koordinatensystem rechts ein.

$$g\colon\ y = 2 \cdot x - 3 \qquad h\colon\ y = -\frac{3}{2} \cdot x + 4$$

b) Löse das Gleichungssystem.

$$\begin{cases} y = 2 \cdot x - 3 \\ y = -\frac{3}{2} \cdot x + 4 \end{cases}$$

c) Markiere in der Abbildung rechts die Lösung des Gleichungssystems.

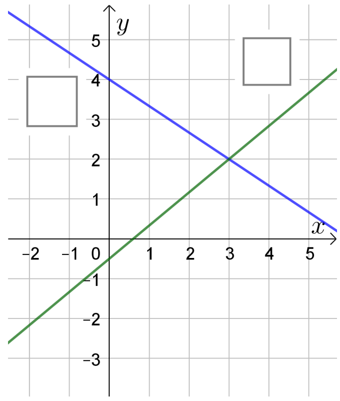


8.10

Erinnere dich, dass Äquivalenzumformungen die Lösungen einer Gleichung *nicht* verändern.
Die Lösungen $(x \mid y)$ jeder der drei Gleichungen

$$2 \cdot x + 3 \cdot y = 12 \quad \Longleftrightarrow \quad 3 \cdot y = -2 \cdot x + 12 \quad \Longleftrightarrow \quad y = -\frac{2}{3} \cdot x + 4$$

liegen also *alle* auf der gleichen Gerade.



a) Beschrifte die beiden Geraden g und h im Koordinatensystem rechts.

$g\colon\ 2 \cdot x + 3 \cdot y = 12 \qquad h\colon\ 5 \cdot x - 6 \cdot y = 3$

b) Löse das Gleichungssystem:

$$\begin{cases} 2 \cdot x + 3 \cdot y = 12 \\ 5 \cdot x - 6 \cdot y = 3 \end{cases}$$

c) Markiere in der Abbildung rechts die Lösung des Gleichungssystems.

8.1 **a)** $x = 9,\ y = 4$ **b)** $x = -5,\ y = 1$ **c)** $x = -2,\ y = 5$

8.2 **a)** $x = 4,\ y = 2$ **b)** $x = 0,\ y = -2$ **c)** $x = 2,\ y = 2$

8.3 **a)** $\begin{cases} -3 \cdot x + 2 \cdot y = 5 \\ 6 \cdot x - 4 \cdot y = c \end{cases}$ mit $c \neq -10$ **b)** $\begin{cases} -6 \cdot x + 9 \cdot y = c \\ -2 \cdot x + 3 \cdot y = 4 \end{cases}$ mit $c \neq 12$ **c)** $\begin{cases} 8 \cdot x + 4 \cdot y = -12 \\ 6 \cdot x + 3 \cdot y = c \end{cases}$ mit $c \neq -9$

8.4 **a)** $\begin{cases} -3 \cdot x + 2 \cdot y = 5 \\ 6 \cdot x - 4 \cdot y = -10 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} -6 \cdot x + 9 \cdot y = 12 \\ -2 \cdot x + 3 \cdot y = 4 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} 8 \cdot x + 4 \cdot y = -12 \\ 6 \cdot x + 3 \cdot y = -9 \end{cases}$

8.5 **a)** $\begin{cases} c \cdot x + 2 \cdot y = 5 \\ 6 \cdot x - 4 \cdot y = d \end{cases}$ mit $c \neq -3,\ d \in \mathbb{R}$ beliebig

b) $\begin{cases} c \cdot x + 9 \cdot y = d \\ -2 \cdot x + 3 \cdot y = 4 \end{cases}$ mit $c \neq -6,\ d \in \mathbb{R}$ beliebig

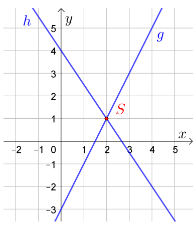
c) $\begin{cases} c \cdot x + 4 \cdot y = -12 \\ 6 \cdot x + 3 \cdot y = c \end{cases}$ mit $c \neq 8,\ d \in \mathbb{R}$ beliebig

8.6 8 cm und 13 cm

8.7 **a)** $\mathrm{I}:\ 12 \cdot n + 16 = K \quad \mathrm{II}:\ 13 \cdot n - 11 = K$ **b)** $n = 27$ Schüler*innen

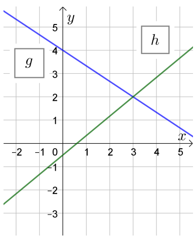
8.8 **a)** $\mathrm{I}:\ 4 \cdot n + 22 = g \quad \mathrm{II}:\ 5 \cdot (n - 1) = g$ **b)** $g = 130$ Gummibärchen

8.9 **a)**



b) $(2 \mid 1)$ **c)** Die Lösung ist der Schnittpunkt der Geraden.

8.10 **a)**



b) $(3 \mid 2)$ **c)** Die Lösung ist der Schnittpunkt der Geraden.

9. GEOMETRIE IN DER EBENE

MmF-Materialien

Für die Bearbeitung der folgenden Aufgaben empfehlen wir:

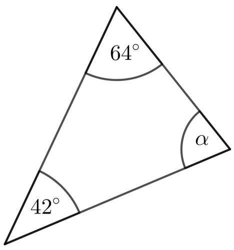
- ✓ Arbeitsblatt – Geometrie in der Ebene
- ✓ Arbeitsblatt – Kongruenz und Ähnlichkeit

9.1

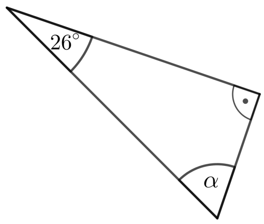
M8

Berechne α.

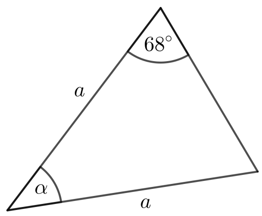
a)



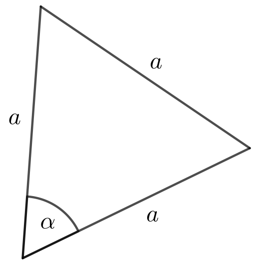
b)



c)



d)

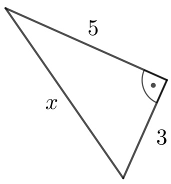


9.2

M8

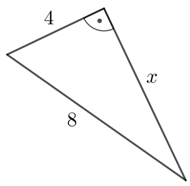
Kreuze die zutreffende Aussage über x an.

a)



- ☐ $4 < x \leq 5$
- ☐ $5 < x \leq 6$
- ☐ $6 < x \leq 7$
- ☐ $7 < x \leq 8$
- ☐ $8 < x \leq 9$

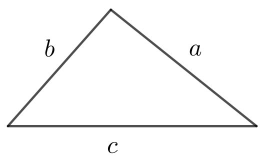
b)



- ☐ $4 < x \leq 5$
- ☐ $5 < x \leq 6$
- ☐ $6 < x \leq 7$
- ☐ $7 < x \leq 8$
- ☐ $8 < x \leq 9$

9.3

Im dargestellten Dreieck gilt $a = 6\,\text{cm}$, $b = 5\,\text{cm}$ und $c = 8\,\text{cm}$.



Berechne: $c^2 =$ ☐ bzw. $a^2 + b^2 =$ ☐

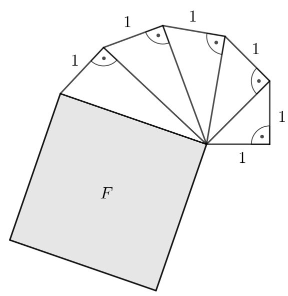
Warum sind die Ergebnisse *nicht* gleich?

Die Differenz zwischen c^2 und $a^2 + b^2$ kann in *jedem* Dreieck mit dem Cosinussatz berechnet werden.

9.4

M8

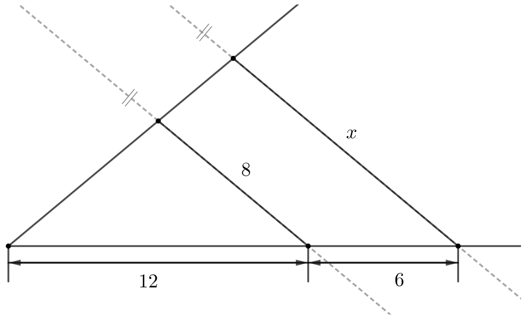
Berechne den Flächeninhalt F des rechts dargestellten Quadrats.



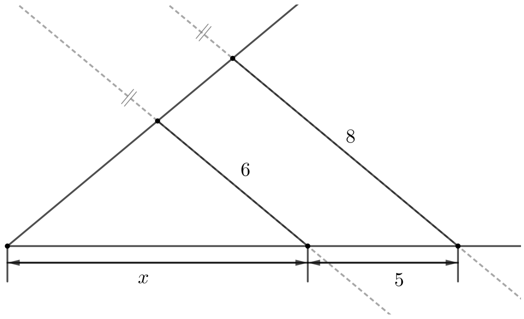
9.5 MmF

Berechne die (nicht maßstabsgetreu) dargestellte Seitenlänge x.

a)

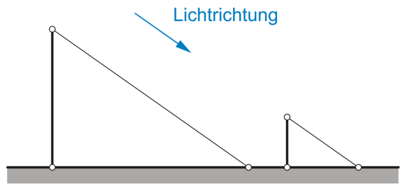


b)



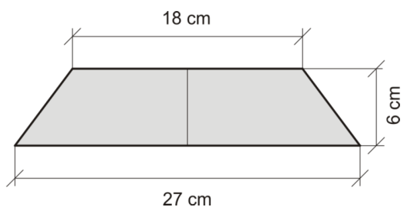
9.6 MmF

Ein 2 m langer lotrechter Stab wirft einen 3 m langen Schatten.
Ein anderer lotrechter Stab wirft einen 6 m langen Schatten.
Wie lang ist der andere Stab?



9.7 MmF

Die Skizze zeigt den Achsenschnitt eines Drehkegelstumpfs.
Der Drehkegelstumpf ist ein Teil eines Drehkegels.
Berechne die Höhe des gesamten Drehkegels.

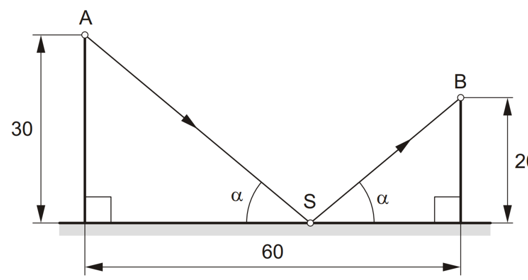


9.8 MmF

Ein vom Punkt A ausgehender Lichtstrahl wird im Punkt S zum Punkt B reflektiert.

Der eingezeichnete Punkt S teilt die 60 cm lange Strecke in zwei Teilstrecken.

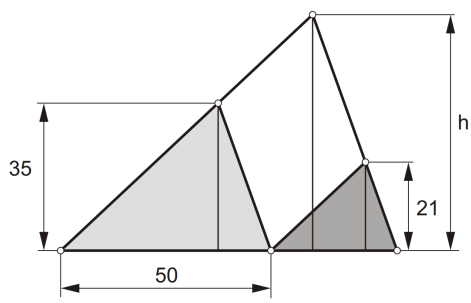
Wie lang sind diese beiden Teilstrecken?



9.9 MmF

Die beiden grau markierten Dreiecke sind zueinander ähnlich.

Berechne die Höhe h des großen Dreiecks.



9.10 M8

Ein Quadrat mit der Seitenlänge a hat den Flächeninhalt $A = a \cdot a$.
Werden die Seitenlängen a jeweils um 30 % vergrößert, dann wird auch der Flächeninhalt des Quadrats größer.
Für den neuen Flächeninhalt A_{neu} gilt

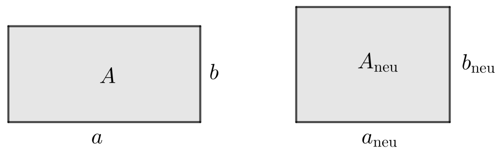
$$A_{\text{neu}} = k \cdot A$$

mit einem positiven Faktor $k \in \mathbb{R}$. Kreuze den richtigen Faktor k an.

☐ $k = 0{,}3$ ☐ $k = 0{,}3^2$ ☐ $k = 2 \cdot 0{,}3$ ☐ $k = 1{,}3$ ☐ $k = 1{,}3^2$ ☐ $k = 2 \cdot 1{,}3$ ☐ $k = 1{,}6$

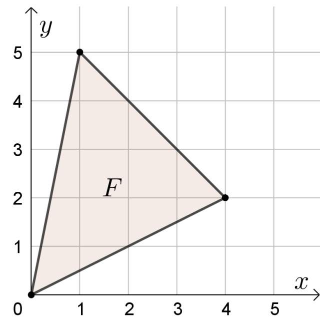
9.11 M8

In einem Rechteck mit der Länge a und der Breite b wird die Länge um 20 % verkleinert und die Breite um 20 % vergrößert.
Begründe, warum der Flächeninhalt dabei *nicht* gleich bleibt.



9.12

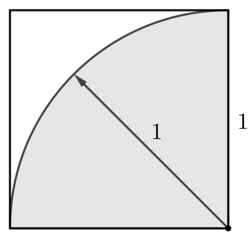
Berechne den Flächeninhalt F des dargestellten Dreiecks.



9.13

Ein Quadrat mit Seitenlänge 1 und ein Viertelkreis mit Radius 1 sind dargestellt.
Welcher relative Anteil der Quadratfläche ist grau markiert? Kreuze an.

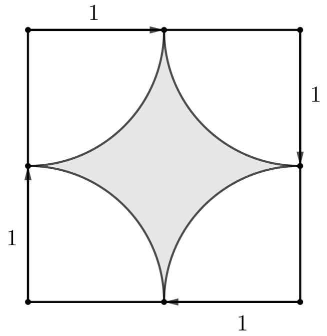
$\frac{2}{\pi}$	☐
π	☐
$\frac{\pi}{2}$	☐
$\frac{\pi}{4}$	☐
$\frac{4}{\pi}$	☐



9.14 MmF

Ein Quadrat mit Seitenlänge 2 ist dargestellt.
Welcher relative Anteil der Quadratfläche ist grau markiert? Kreuze an.

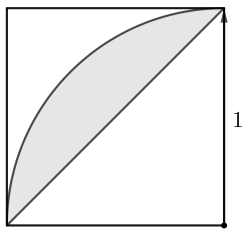
$4-\pi$	☐
$2-\frac{\pi}{2}$	☐
$1-\frac{\pi}{4}$	☐
$\frac{\pi}{2}-1$	☐
$1-\frac{\pi}{8}$	☐



9.15 MmF

Ein Quadrat mit Seitenlänge 1 und ein Viertelkreis mit Radius 1 sind dargestellt.
Welcher relative Anteil der Quadratfläche ist grau markiert? Kreuze an.

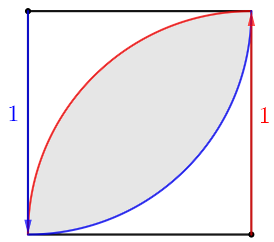
$\frac{\pi-1}{4}$	☐
$\frac{\pi-2}{4}$	☐
$\frac{\pi-3}{4}$	☐
$\frac{4-\pi}{4}$	☐
$\frac{3-\pi}{4}$	☐



9.16 MmF

Ein Quadrat mit Seitenlänge 1 und zwei Viertelkreise mit Radius 1 sind dargestellt.
Welcher relative Anteil der Quadratfläche ist grau markiert? Kreuze an.

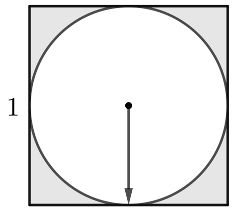
$\frac{\pi}{2}-1$	☐
$\pi-3$	☐
$\pi-\frac{5}{2}$	☐
$\frac{\pi}{2}-\frac{2}{3}$	☐
$1-\frac{2}{\pi}$	☐



9.17 MmF

Einem Quadrat mit Seitenlänge 1 ist ein Kreis mit Durchmesser 1 eingeschrieben.
Welcher relative Anteil der Quadratfläche ist grau markiert? Kreuze an.

$4 - 2 \cdot \pi$	☐
$\frac{\pi}{2} - 1$	☐
$1 - \frac{\pi}{4}$	☐
$4 - \pi$	☐
$2 - \frac{\pi}{2}$	☐



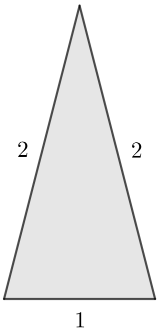
9.18 MmF

Im dargestellten gleichschenkeligen Dreieck hat die Basis die Länge 1.

Die beiden Schenkel haben jeweils die Länge 2.

Welchen Flächeninhalt A hat das Dreieck? Kreuze an.

$A = \frac{4}{3}$	☐
$A = \frac{\sqrt{15}}{4}$	☐
$A = 1$	☐
$A = \frac{4}{\sqrt{15}}$	☐
$A = \frac{3}{4}$	☐



9.19 MmF

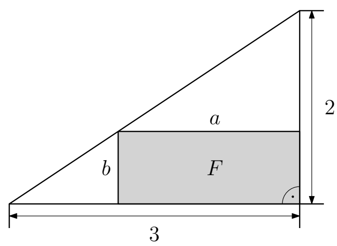
Gegeben ist ein rechtwinkeliges Dreieck mit den Kathethenlängen 3 und 2.

Diesem Dreieck wird – wie rechts dargestellt – ein Rechteck mit den Seitenlängen a und b eingeschrieben.

Dabei gilt: $\frac{2}{b} = \frac{3}{3-a}$

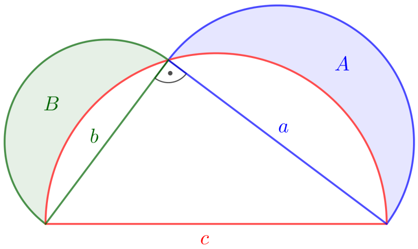
Stelle mithilfe von a eine Formel für den Flächeninhalt F des Rechtecks auf.

$F =$ ____________________



9.20

Über den 3 Seiten eines rechtwinkeligen Dreiecks sind Halbkreise eingezeichnet.
Diese begrenzen die beiden markierten „Möndchen“ mit Flächeninhalt A bzw. B.



a) Es gilt $a = 8\,\text{cm}$ und $b = 6\,\text{cm}$. Berechne $A + B$.

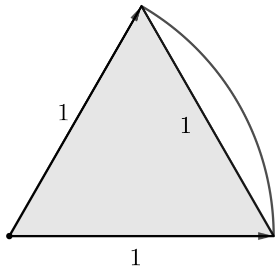
Auch Flächen mit gekrümmten Begrenzungslinien können also einen ganzzahligen Flächeninhalt haben.

b) Stelle mithilfe von a und b eine Formel für $A + B$ auf.
Welche links dargestellte Fläche hat also auch den Inhalt $A + B$?

9.21

Welcher relative Anteil des Kreissektors mit Radius 1 ist grau markiert? Kreuze an.

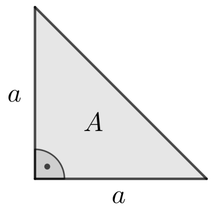
$\frac{2\cdot\sqrt{3}}{1\cdot\pi}$	☐
$\frac{3\cdot\sqrt{3}}{2\cdot\pi}$	☐
$\frac{4\cdot\sqrt{3}}{3\cdot\pi}$	☐
$\frac{5\cdot\sqrt{3}}{4\cdot\pi}$	☐
$\frac{6\cdot\sqrt{3}}{5\cdot\pi}$	☐



9.22

Das rechts dargestellte Dreieck ist sowohl rechtwinkelig als auch gleichschenkelig mit Schenkellänge a.

Für seinen Flächeninhalt A gilt: $A = \frac{a^2}{2}$



a) Stelle mithilfe von a eine Formel für seinen Umfang u auf.

$u =$ ____________________

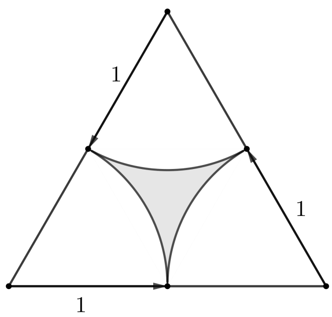
b) Stelle mithilfe von A eine Formel für seinen Umfang u auf.

$u =$ ____________________

9.23

Ein gleichseitiges Dreieck mit Seitenlänge 2 ist dargestellt.
Welcher relative Anteil der Dreiecksfläche ist grau markiert? Kreuze an.

$1 - \frac{2\cdot\pi}{\sqrt{3}}$	☐
$1 - \frac{\pi}{3\cdot\sqrt{3}}$	☐
$1 - \frac{3\cdot\pi}{\sqrt{3}}$	☐
$\frac{\pi}{3\cdot\sqrt{3}}$	☐
$1 - \frac{\pi}{2\cdot\sqrt{3}}$	☐

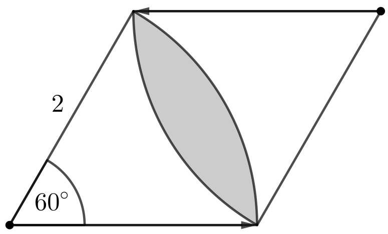


9.24

Eine Raute mit Seitenlänge 2 ist dargestellt.

Welcher relative Anteil der Rautenfläche ist grau markiert? Kreuze an.

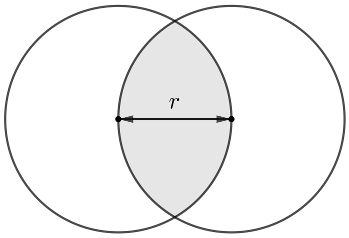
$\frac{3\cdot\pi}{2\cdot\sqrt{3}} - 1$	☐
$\frac{3\cdot\pi}{2\cdot\sqrt{2}} - 1$	☐
$\frac{2\cdot\pi}{3\cdot\sqrt{2}} - 1$	☐
$\frac{2\cdot\pi}{3\cdot\sqrt{3}} - 1$	☐
$\frac{\pi}{2\cdot\sqrt{3}} - 1$	☐



9.25

Der eingezeichnete Radius r verbindet die Mittelpunkte der beiden Kreise.

Stelle mithilfe von r eine Formel zur Berechnung des grau markierten Flächeninhalts auf.



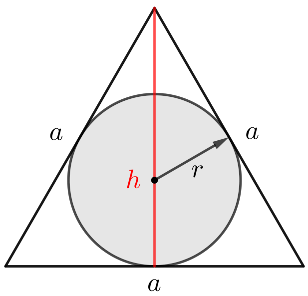
9.26

Im gleichseitigen Dreieck mit Kantenlänge a beträgt die eingezeichnete Höhe $h = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}$.

Der *Inkreis* des gleichseitigen Dreiecks ist rechts eingezeichnet.

Für seinen Radius r gilt: $r = \frac{1}{3} \cdot h$

Welcher relative Anteil der Dreiecksfläche ist grau markiert? Kreuze an.



$\frac{\sqrt{3}}{18} \cdot \pi$	☐
$\frac{1}{3\cdot\sqrt{3}} \cdot \pi$	☐
$\frac{\sqrt{3}}{8} \cdot \pi$	☐
$\frac{7}{2\cdot\sqrt{3}} \cdot \pi$	☐
$\frac{\sqrt{3}}{6} \cdot \pi$	☐

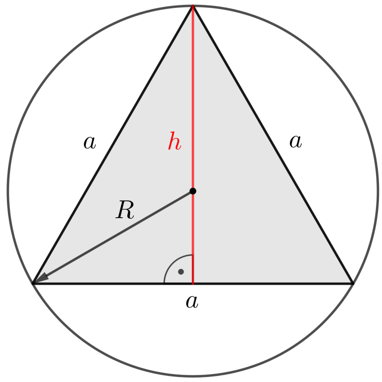
9.27

Im gleichseitigen Dreieck mit Kantenlänge a beträgt die eingezeichnete Höhe $h = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}$.

Der *Umkreis* des gleichseitigen Dreiecks ist rechts eingezeichnet.

Sein Radius R ist die Hypotenuse eines rechtwinkeligen Dreiecks mit Kathetenlängen $\frac{a}{2}$ und $\frac{h}{3}$.

Welches der folgenden Verhältnisse ist gleich groß wie $a : R$? Kreuze an.



$\sqrt{3} : 1$	☐
$1 : \sqrt{3}$	☐
$\sqrt{2} : 1$	☐
$1 : \sqrt{2}$	☐
$2 : 1$	☐

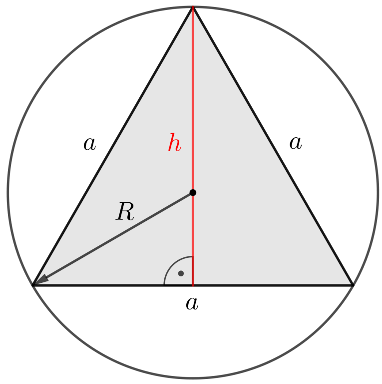
9.28

Das gleichseitige Dreieck mit Kantenlänge a hat den Flächeninhalt $A = \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3}$.

Der *Umkreis* des gleichseitigen Dreiecks ist rechts eingezeichnet.

Für seinen Radius R gilt: $R = \frac{a}{\sqrt{3}}$

Welcher relative Anteil der Umkreisfläche ist grau markiert? Kreuze an.



$\frac{\sqrt{3}}{\pi}$	☐
$\frac{4\cdot\sqrt{3}}{3\cdot\pi}$	☐
$\frac{\sqrt{3}}{2\cdot\pi}$	☐
$\frac{6\cdot\sqrt{3}}{5\cdot\pi}$	☐
$\frac{3\cdot\sqrt{3}}{4\cdot\pi}$	☐

9.1 **a)** $\alpha = 74°$ **b)** $\alpha = 64°$ **c)** $\alpha = 44°$ **d)** $\alpha = 60°$

9.2 **a)** $5 < x \leq 6$ **b)** $6 < x \leq 7$

9.3 $c^2 = 64$ $a^2 + b^2 = 61$ Da das Dreieck *nicht* rechtwinkelig ist, gilt $a^2 + b^2 \neq c^2$.

9.4 $F = 6$

9.5 **a)** $x = 12\,\text{cm}$ **b)** $x = 15\,\text{cm}$

9.6 $4\,\text{m}$

9.7 $h = 18\,\text{cm}$

9.8 Die linke Teilstrecke hat die Länge $36\,\text{cm}$, die rechte Teilstrecke $24\,\text{cm}$.

9.9 $h = 56$

9.10 $k = 1{,}3^2$

9.11 Es gilt: $A_{\text{neu}} = A \cdot 1{,}2 \cdot 0{,}8$
Da $1{,}2 \cdot 0{,}8 \neq 1$ ist, sind die Flächeninhalte verschieden. (Der neue Flächeninhalt ist um $4\,\%$ kleiner.)

9.12 $F = 9$

9.13 $\frac{\pi}{4}$

9.14 $1 - \frac{\pi}{4}$

9.15 $\frac{\pi - 2}{4}$

9.16 $\frac{\pi}{2} - 1$

9.17 $1 - \frac{\pi}{4}$

9.18 $A = \frac{\sqrt{15}}{4}$

9.19 $F = \frac{6 \cdot a - 2 \cdot a^2}{3}$

9.20 **a)** $A + B = 24\,\text{cm}^2$ **b)** $A + B = \frac{a \cdot b}{2}$ Das rechtwinkelige Dreieck hat auch den Flächeninhalt $A + B$.

9.21 $\frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot \pi}$

9.22 **a)** $u = 2 \cdot a + a \cdot \sqrt{2} = (2 + \sqrt{2}) \cdot a$ **b)** $u = (2 + 2 \cdot \sqrt{2}) \cdot \sqrt{A}$

9.23 $1 - \frac{\pi}{2 \cdot \sqrt{3}}$

9.24 $\frac{2 \cdot \pi}{3 \cdot \sqrt{3}} - 1$

9.25 $r^2 \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

9.26 $\frac{1}{3 \cdot \sqrt{3}} \cdot \pi$

9.27 $\sqrt{3} : 1$

9.28 $\frac{3 \cdot \sqrt{3}}{4 \cdot \pi}$

10. Geometrie im Raum

MmF-Materialien

Für die Bearbeitung der folgenden Aufgaben empfehlen wir:

✓ Arbeitsblatt – Geometrie im Raum

10.1

M8

Für das Volumen V einer Kugel mit Radius r gilt:

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

Trage die richtige Zahl in das Kästchen ein:

Wenn der Radius der Kugel verdoppelt wird, dann wird ihr Volumen auf das ☐-fache vergrößert.

10.2

M8

Ein Würfel mit der Kantenlänge a hat das Volumen $V = a \cdot a \cdot a$.

Werden die Kantenlängen a jeweils um 20 % vergrößert, dann wird auch das Volumen des Würfels größer.

Für das neue Volumen V_{neu} gilt

$$V_{\text{neu}} = k \cdot V$$

mit einem positiven Faktor $k \in \mathbb{R}$. Kreuze den richtigen Faktor k an.

☐ $k = 0{,}2$ ☐ $k = 0{,}2^3$ ☐ $k = 3 \cdot 0{,}2$ ☐ $k = 1{,}2$ ☐ $k = 1{,}2^3$ ☐ $k = 3 \cdot 1{,}2$ ☐ $k = 1{,}6$

10.3

M8

Für das Volumen V eines Drehzylinders mit Radius r und Höhe h gilt:

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

Wird der Radius um 15 % verkleinert und die Höhe um 5 % verkleinert, dann wird auch das Volumen kleiner.

Für das neue Volumen V_{neu} gilt

$$V_{\text{neu}} = k \cdot V$$

mit einem positiven Faktor $k \in \mathbb{R}$. Kreuze den richtigen Faktor k an.

☐ $k = 0{,}15 \cdot 0{,}05$ ☐ $k = 0{,}3 \cdot 0{,}05$ ☐ $k = 0{,}15^2 \cdot 0{,}05$ ☐ $k = 0{,}85 \cdot 0{,}95$ ☐ $k = 0{,}6 \cdot 0{,}95$ ☐ $k = 0{,}85^2 \cdot 0{,}95$

10.4 M8 MmF

Für das Volumen V eines Drehkegels mit Radius r und Höhe h gilt:

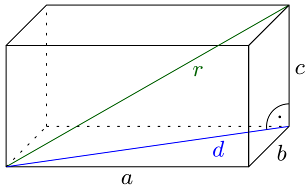
$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$

Kreuze die richtige Antwort an:
Wenn der Radius des Drehkegels verdoppelt wird und gleichzeitig die Höhe halbiert wird, dann ...

☐ ... wird das Kegelvolumen halbiert.
☐ ... bleibt das Kegelvolumen gleich groß.
☐ ... wird das Kegelvolumen verdoppelt.
☐ ... wird das Kegelvolumen vervierfacht.
☐ ... wird das Kegelvolumen verachtfacht.

10.5 MmF

Ein Quader mit Kantenlängen a, b und c ist rechts dargestellt.



a) Stelle mithilfe von a und b eine Formel für die Länge d der eingezeichneten Flächendiagonale auf.

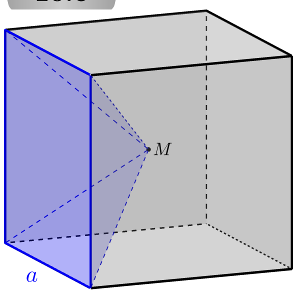
$d =$ ☐

b) Stelle mithilfe von c und d eine Formel für die Länge r der eingezeichneten Raumdiagonale auf.

$r =$ ☐

c) Zeige, dass $r = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ gilt.

10.6 MmF



Der dargestellte Würfel hat die Kantenlänge a.
Die Grundfläche der eingezeichneten Pyramide ist eine Seitenfläche des Würfels.
Der Mittelpunkt M des Würfels ist die Spitze dieser Pyramide.

V_W ist das Volumen des Würfels.
V_P ist das Volumen der Pyramide.

a) Trage Zahlen so in die Kästchen ein, dass das Verhältnis stimmt.

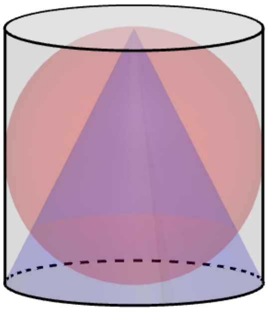
$$V_P : V_W = \boxed{} : \boxed{}$$

b) Stelle mithilfe von a eine Formel für das Volumen V_P dieser Pyramide auf.

c) ☆ Stelle mithilfe von a eine Formel für den Oberflächeninhalt dieser Pyramide auf.

10.7

Der links unten dargestellten Kugel mit Radius 1 ist ein Drehzylinder mit Radius 1 umschrieben.
Diesem Drehzylinder ist ein Drehkegel mit Radius 1 eingeschrieben.

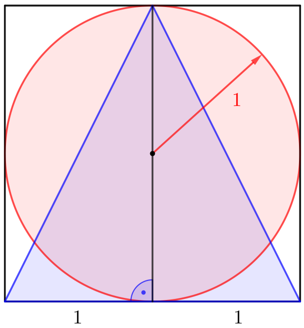


Rechts ist ein Querschnitt dargestellt.

V_1 ist das Volumen des Drehzylinders.
V_2 ist das Volumen der Kugel.
V_3 ist das Volumen des Drehkegels.

Trage Zahlen so in die Kästchen ein, dass die Verhältnisse stimmen.

$V_1 : V_2 = \square : \square$ $\quad V_2 : V_3 = \square : \square$



Mathematischer Kontext: Satz des Archimedes über Kugel und Kreiszylinder

10.8

Ein Quader hat eine quadratische Grundfläche mit Seitenlänge a.
Eine Pyramide hat eine quadratische Grundfläche mit Seitenlänge b.
Diese beiden Körper sind gleich hoch und haben das gleiche Volumen.
Stelle mithilfe von a eine Formel für b auf.

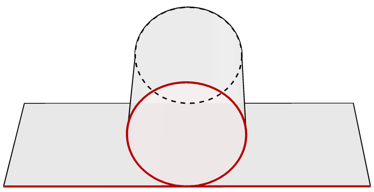
$b = \square$

10.9

Das Volumen V und der Oberflächeninhalt O eines Drehzylinders hängen von seinem Radius und seiner Höhe ab:

$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$

$O = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$



r ... Radius in cm
h ... Höhe in cm
O ... Oberflächeninhalt in cm^2
V ... Volumen in cm^3

Die Oberfläche eines bestimmten Drehzylinders beträgt $600\,cm^2$.
Stelle mithilfe von r eine Formel für das Volumen des Drehzylinders auf.

$V =$ ____________________

10.1 8-fache

10.2 $k = 1{,}2^3$

10.3 $k = 0{,}85^2 \cdot 0{,}95$

10.4 wird das Kegelvolumen verdoppelt.

10.5 **a)** $d = \sqrt{a^2 + b^2}$ **b)** $r = \sqrt{c^2 + d^2}$ **c)** $r = \sqrt{c^2 + d^2} = \sqrt{c^2 + a^2 + b^2} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ ✓

10.6 **a)** $V_P : V_W = 1 : 6$ **b)** $V_P = \frac{a^3}{6}$ **c)** $O = a^2 \cdot (1 + \sqrt{2})$

10.7 $V_1 : V_2 = 3 : 2$ $V_2 : V_3 = 2 : 1$

10.8 $b = a \cdot \sqrt{3}$

10.9 $V = \pi \cdot r^2 \left(\frac{300}{\pi \cdot r} - r\right)$

11. Quadratische Gleichungen & Funktionen

MmF-Materialien

Für die Bearbeitung der folgenden Aufgaben empfehlen wir:

- ✓ Arbeitsblatt – Quadratische Funktionen
- ✓ Arbeitsblatt – Quadratische Gleichungen
- ✓ Arbeitsblatt – Linearfaktorform

11.1

Die quadratische Funktion f hat die Nullstellen -3 und 5.

a) Trage jeweils den richtigen Rechenoperator $+$ oder $-$ in die Kästchen ein:

$$f(x) = 2 \cdot (x \boxed{} 3) \cdot (x \boxed{} 5)$$

b) Ermittle die Polynomform $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ dieser quadratischen Funktion.

11.2

Ermittle die Nullstellen der quadratischen Funktion.

a) $f(x) = 4 \cdot (x - 8) \cdot (x + 5)$ **b)** $g(x) = -3 \cdot (x + 2) \cdot (5 \cdot x - 3)$ **c)** $h(x) = (3 - 4 \cdot x) \cdot (2 \cdot x - 4)$

11.3

Die gegebene quadratische Funktion hat ganzzahlige Nullstellen.
Ermittle diese Nullstellen mithilfe der Zerlegung in Linearfaktoren.

a) $a(x) = x^2 - 8 \cdot x = x \cdot \left(x - \boxed{}\right)$

b) $b(x) = x^2 - 9 = \left(x + \boxed{}\right) \cdot \left(x - \boxed{}\right)$

c) $c(x) = x^2 + 6 \cdot x + 9 = \left(x + \boxed{}\right) \cdot \left(x + \boxed{}\right)$

d) $d(x) = x^2 - 8 \cdot x + 16 = \left(x - \boxed{}\right) \cdot \left(x - \boxed{}\right)$

11.4

Die quadratische Funktion f hat die Nullstellen -4 und 2.
Ihr Graph schneidet die vertikale Achse im Punkt $(0 \mid -16)$.

a) Ermittle die Gleichung der Funktion in Linearfaktorform.

b) Ermittle die Gleichung der Funktion in Polynomform.

11.5

Löse die quadratische Gleichung über der Grundmenge $G = \mathbb{R}$.

a) $x^2 - 49 = 0$ **b)** $(x - 3)^2 - 49 = 0$ **c)** ☆ $4 \cdot (x + 1)^2 - 9 = 0$ **d)** ☆ $-16 \cdot (x - 4)^2 + 25 = 0$

11.6

Löse die quadratische Gleichung über der Grundmenge $G = \mathbb{R}$.

a) $2 \cdot x^2 - 128 = 0$ **b)** $x^2 + 3 \cdot x = 0$ **c)** $x^2 + 4 \cdot x - 21 = 0$ **d)** $x^2 - 10 \cdot x + 25 = 0$

11.7

Löse die quadratische Gleichung über der Grundmenge $G = \mathbb{R}$.

a) $x^2 - x - 12 = 0$ **b)** $2 \cdot x^2 - 3 \cdot x - 5 = 0$ **c)** $4 \cdot x^2 + 4 \cdot x - 3 = 0$

11.8

Für die quadratische Funktion f gilt: $f(x) = \frac{1}{2} \cdot x^2 - x - \frac{3}{2}$

a) Ermittle die Nullstellen von f.

b) Ermittle die Linearfaktorform von f.

11.9

Hat die quadratische Gleichung keine, genau eine oder zwei Lösungen über der Grundmenge $\mathbb{R}$?
Ermittle die Lösungsmenge der Gleichung.

a) $x^2 = 4$ **b)** $x^2 = -4$ **c)** $(x-3)^2 = 0$ **d)** $(x-3)^2 + 1 = 0$ **e)** $(x-3)^2 - 1 = 0$ **f)** $x^2 - 4 \cdot x + 13 = 0$

11.10

Für welche Werte $p \in \mathbb{R}$ hat die quadratische Gleichung

$$x^2 + p \cdot x + 4 = 0$$

genau eine Lösung über der Grundmenge $\mathbb{R}$?

11.11

Für die quadratische Funktion f und die lineare Funktion g gilt:

$$f(x) = x^2 \quad \text{und} \quad g(x) = k \cdot x - 1$$

Für welche Werte $k \in \mathbb{R}$ haben die Funktionen f und g genau einen Schnittpunkt?

11.12

An welcher Stelle x nimmt f den *kleinsten* Funktionswert an?

a) $f(x) = x^2 + 5$ **b)** $f(x) = (x-4)^2 + 3$ **c)** $f(x) = (x+1)^2 - 4$ **d)** $f(x) = 3 \cdot (x-5)^2 - 1$

11.13

Ermittle die Koordinaten des Scheitelpunktes von f.
Begründe, ob der Scheitelpunkt ein Tiefpunkt oder ein Hochpunkt von f ist.

a) $f(x) = -2 \cdot x^2 + 3$ **b)** $f(x) = (x+3)^2 - 1$ **c)** $f(x) = -3 \cdot (x+1)^2 + 2$ **d)** $f(x) = -(x-3)^2 - 2$

11.14

Werte den Term $T(x) = 4 \cdot x^2 - 4 \cdot x + 2$ an der angegebenen Stelle aus.

a) $T(2)$ **b)** $T(-2)$ **c)** $T\left(\frac{1}{2}\right)$ **d)** $T\left(-\frac{1}{2}\right)$

11.15

Werte den Term $T(x) = \frac{1}{3} \cdot x^2 + 4$ an der angegebenen Stelle aus.

a) $T(2)$ **b)** $T(-2)$ **c)** $T\left(\frac{1}{2}\right)$ **d)** $T\left(-\frac{1}{2}\right)$

Quadratisches Ergänzen von $x^2 + p \cdot x$

Beim **quadratischen Ergänzen** verwenden wir die Binomischen Formeln

$$(a+b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2 \quad \text{bzw.} \quad (a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

„rückwärts“ von rechts nach links. Zum Beispiel:

$$x^2 + \mathbf{6} \cdot x + 9 = x^2 + 2 \cdot 3 \cdot x + 3^2 = (x + \mathbf{3})^2 \quad \text{bzw.} \quad x^2 - \mathbf{12} \cdot x + 36 = x^2 - 2 \cdot 6 \cdot x + 6^2 = (x - \mathbf{6})^2$$

Wenn der Term die Form $x^2 + p \cdot x$ hat, dann ergänzen wir eine „kluge Null“:

$$x^2 + 6 \cdot x = x^2 + 6 \cdot x + \underbrace{9 - 9}_{=0} = (x+3)^2 - 9 \quad \text{bzw.} \quad x^2 - 12 \cdot x = x^2 - 12 \cdot x + \underbrace{36 - 36}_{=0} = (x-6)^2 - 36$$

Allgemein gilt:

$$x^2 + \boldsymbol{p} \cdot x = \left(x + \frac{\boldsymbol{p}}{\mathbf{2}}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 \quad \text{bzw.} \quad x^2 - \boldsymbol{p} \cdot x = \left(x - \frac{\boldsymbol{p}}{\mathbf{2}}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2$$

11.16

Trage Zahlen so in die Kästchen ein, dass die Terme auf beiden Seiten äquivalent sind.
Welche Zahl musst du also für x einsetzen, damit die linke Seite so klein wie möglich ist?

a) $x^2 + 4 \cdot x = \left(x + \square\right)^2 - \square$

b) $x^2 - 6 \cdot x = \left(x - \square\right)^2 - \square$

c) $x^2 + 5 \cdot x = \left(x + \square\right)^2 - \square$

Quadratisches Ergänzen von $a \cdot x^2 + b \cdot x$

Wenn der Term die Form $a \cdot x^2 + b \cdot x$ hat, dann ...

1) heben wir zuerst a heraus und **2)** ergänzen dann den Term $x^2 + p \cdot x$ quadratisch wie zuvor.

Zum Beispiel:

$$2 \cdot x^2 + 12 \cdot x = 2 \cdot [x^2 + 6 \cdot x] = 2 \cdot [x^2 + 6 \cdot x + \underbrace{9 - 9}_{=0}] = 2 \cdot [(x+3)^2 - 9]$$

11.17

Trage Zahlen so in die Kästchen ein, dass die Terme auf beiden Seiten äquivalent sind.

a) $3 \cdot x^2 + 6 \cdot x = \square \cdot \left[x^2 + \square \cdot x\right] = \square \cdot \left[\left(x + \square\right)^2 - \square\right]$

b) $2 \cdot x^2 - 24 \cdot x = \square \cdot \left[x^2 - \square \cdot x\right] = \square \cdot \left[\left(x - \square\right)^2 - \square\right]$

c) $-4 \cdot x^2 + 16 \cdot x = \square \cdot \left[x^2 - \square \cdot x\right] = \square \cdot \left[\left(x - \square\right)^2 - \square\right]$

11.1 **a)** $f(x) = 2 \cdot (x+3) \cdot (x-5)$ **b)** $f(x) = 2 \cdot x^2 - 4 \cdot x - 30$

11.2 **a)** 8 und -5 **b)** -2 und $\frac{3}{5}$ **c)** $\frac{3}{4}$ und 2

11.3 **a)** $a(x) = x \cdot (x-8)$ hat die Nullstellen 0 und 8.
b) $b(x) = (x+3) \cdot (x-3)$ hat die Nullstellen -3 und 3.
c) $c(x) = (x+3) \cdot (x+3)$ hat die Nullstelle -3.
d) $d(x) = (x-4) \cdot (x-4)$ hat die Nullstelle 4.

11.4 **a)** $f(x) = 2 \cdot (x+4) \cdot (x-2)$ **b)** $f(x) = 2 \cdot x^2 + 4 \cdot x - 16$

11.5 **a)** $L = \{-7; 7\}$ **b)** $L = \{-4; 10\}$ **c)** $L = \{-\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\}$ **d)** $L = \{\frac{11}{4}; \frac{21}{4}\}$

11.6 **a)** $L = \{-8; 8\}$ **b)** $L = \{-3; 0\}$ **c)** $L = \{-7; 3\}$ **d)** $L = \{5\}$

11.7 **a)** $L = \{-3; 4\}$ **b)** $L = \{-1; \frac{5}{2}\}$ **c)** $L = \{-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\}$

11.8 **a)** -1 und 3 **b)** $f(x) = \frac{1}{2} \cdot (x+1) \cdot (x-3)$

11.9 **a)** $L = \{-2; 2\}$ **b)** $L = \{\}$ **c)** $L = \{3\}$ **d)** $L = \{\}$ **e)** $L = \{2; 4\}$ **f)** $L = \{\}$

11.10 $p = -4$ und $p = 4$

11.11 $k = -2$ und $k = 2$

11.12 **a)** 0 **b)** 4 **c)** -1 **d)** 5

11.13 **a)** $(0 \mid 3)$ ist ein Hochpunkt, weil $-2 < 0$.
b) $(-3 \mid -1)$ ist ein Tiefpunkt, weil $1 > 0$.
c) $(-1 \mid 2)$ ist ein Hochpunkt, weil $-3 < 0$.
d) $(3 \mid -2)$ ist ein Hochpunkt, weil $-1 < 0$.

11.14 **a)** 10 **b)** 26 **c)** 1 **d)** 5

11.15 **a)** $\frac{16}{3}$ **b)** $\frac{16}{3}$ **c)** $\frac{49}{12}$ **d)** $\frac{49}{12}$

11.16 **a)** $(x+2)^2 - 4$ ist für $x = -2$ so klein wie möglich.
b) $(x-3)^2 - 9$ ist für $x = 3$ so klein wie möglich.
c) $(x + \frac{5}{2})^2 - \frac{25}{4}$ ist für $x = -\frac{5}{2}$ so klein wie möglich.

11.17 **a)** $3 \cdot \left[x^2 + 2 \cdot x\right] = 3 \cdot \left[(x+1)^2 - 1\right]$
b) $2 \cdot \left[x^2 - 12 \cdot x\right] = 2 \cdot \left[(x-6)^2 - 36\right]$
c) $-4 \cdot \left[x^2 - 4 \cdot x\right] = -4 \cdot \left[(x-2)^2 - 4\right]$

12. TRIGONOMETRIE

MmF-Materialien

Für die Bearbeitung der folgenden Aufgaben empfehlen wir:

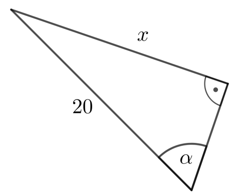
✓ Arbeitsblatt – Winkelfunktionen im rechtwinkeligen Dreieck

✓ Arbeitsblatt – Winkelfunktionen am Einheitskreis

12.1

Im dargestellten rechtwinkeligen Dreieck gilt $\sin(\alpha) = 0{,}9$.

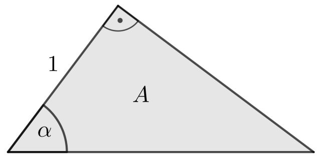
Berechne die Seitenlänge x.



12.2

Rechts ist ein rechtwinkeliges Dreieck dargestellt.
Stelle mithilfe von α eine Formel für seinen Flächeninhalt A auf.

$A =$ ______________________________



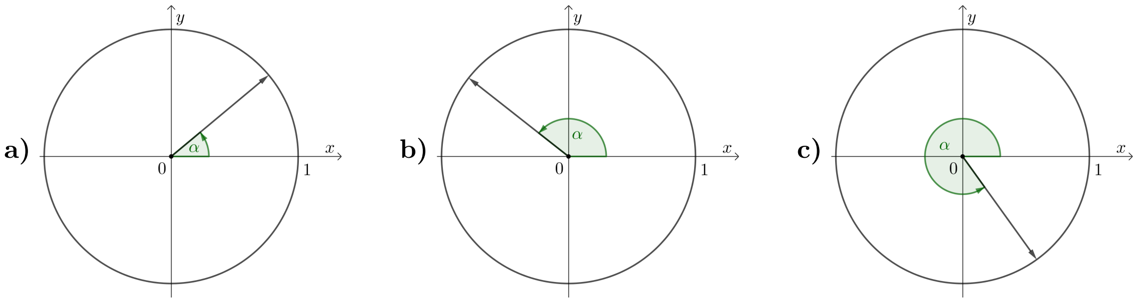
12.3

Unten ist ein Winkel α im Einheitskreis dargestellt.

a) Gib an, ob $\sin(\alpha) > 0$ oder $\sin(\alpha) < 0$ gilt.

b) Zeichne eine Strecke mit Länge $|\sin(\alpha)|$ ein.

c) Zeichne denjenigen Winkel $\beta \in [0°; 360°)$ ein, für den $\sin(\beta) = \sin(\alpha)$ und $\alpha \neq \beta$ gilt.



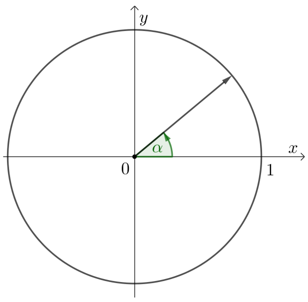
12.4

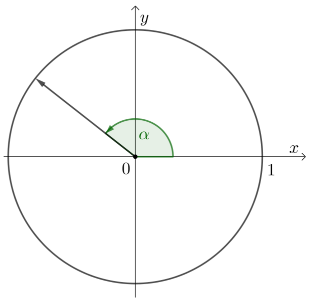
Unten ist ein Winkel α im Einheitskreis dargestellt.

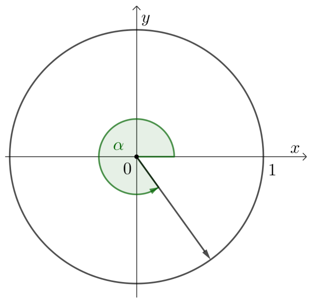
a) Gib an, ob $\cos(\alpha) > 0$ oder $\cos(\alpha) < 0$ gilt.

b) Zeichne eine Strecke mit Länge $|\cos(\alpha)|$ ein.

c) Zeichne denjenigen Winkel $\beta \in [0°; 360°)$ ein, für den $\cos(\beta) = \cos(\alpha)$ und $\alpha \neq \beta$ gilt.

a)


b)


c)


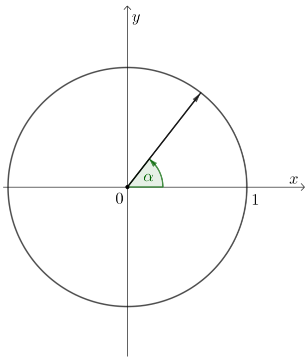
12.5

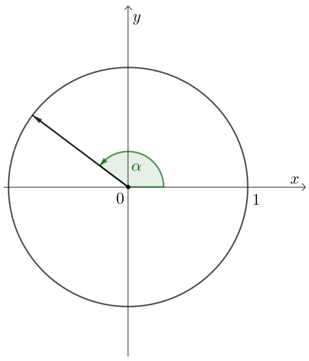
Unten ist ein Winkel α im Einheitskreis dargestellt.

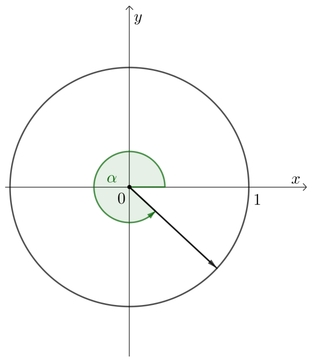
a) Gib an, ob $\tan(\alpha) > 0$ oder $\tan(\alpha) < 0$ gilt.

b) Zeichne eine Strecke mit Länge $|\tan(\alpha)|$ ein.

c) Zeichne denjenigen Winkel $\beta \in [0°; 360°)$ ein, für den $\tan(\beta) = \tan(\alpha)$ und $\alpha \neq \beta$ gilt.

a)


b)


c)


12.6

Eine Lösung der gegebenen Gleichung ist $\alpha_1 = 30°$.
Ermittle die zweite Lösung der Gleichung über der Grundmenge $[0°; 360°)$ mithilfe des Einheitskreises.

a) $\sin(\alpha) = \frac{1}{2}$ **b)** $\cos(\alpha) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ **c)** $\tan(\alpha) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

12.7

Zeichne den angegebenen Punkt $(x \mid y)$ im Koordinatensystem rechts ein.

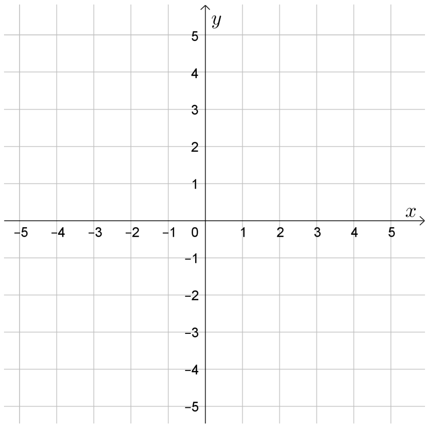
a) $A = (\sqrt{32} \cdot \cos(45°) \mid \sqrt{32} \cdot \sin(45°))$

b) $B = (3 \cdot \cos(180°) \mid 3 \cdot \sin(180°))$

c) $C = (\sqrt{18} \cdot \cos(225°) \mid \sqrt{18} \cdot \sin(225°))$

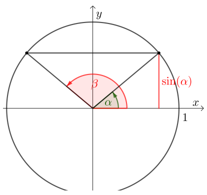
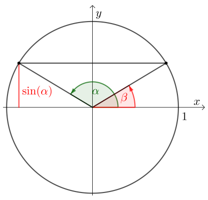
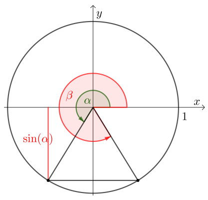
d) $D = (5 \cdot \cos(270°) \mid 5 \cdot \sin(270°))$

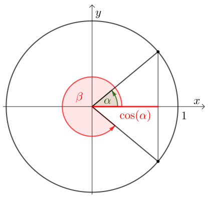
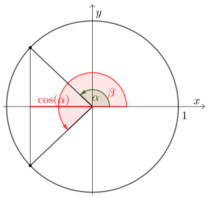
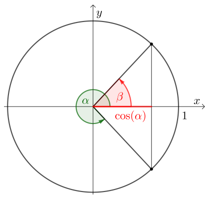
e) $E = (\sqrt{8} \cdot \cos(315°) \mid \sqrt{8} \cdot \sin(315°))$

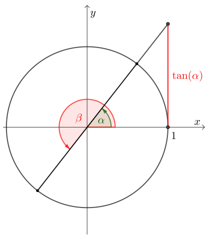
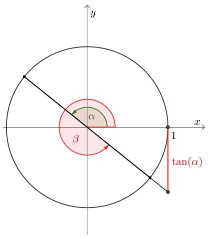
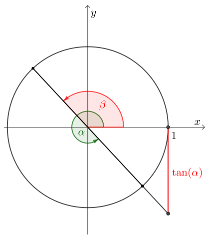


12.1 $x = 18$

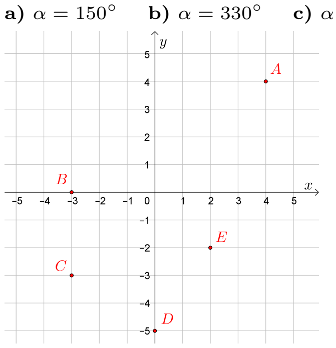
12.2 $A = \frac{\tan(\alpha)}{2}$

12.3 **a)** $\sin(\alpha) > 0$  **b)** $\sin(\alpha) > 0$  **c)** $\sin(\alpha) < 0$ 

12.4 **a)** $\cos(\alpha) > 0$  **b)** $\cos(\alpha) < 0$  **c)** $\cos(\alpha) > 0$ 

12.5 **a)** $\tan(\alpha) > 0$  **b)** $\tan(\alpha) < 0$  **c)** $\tan(\alpha) < 0$ 

12.6 **a)** $\alpha = 150°$ **b)** $\alpha = 330°$ **c)** $\alpha = 210°$

12.7  $A = (4 \mid 4),\ B = (-3 \mid 0),\ C = (-3 \mid -3),\ D = (0 \mid -5),\ E = (2 \mid -2)$

13. Vektorrechnung & Analytische Geometrie in der Ebene

MmF-Materialien

Für die Bearbeitung der folgenden Aufgaben empfehlen wir:

- ✓ Arbeitsblatt – Vektorrechnung in der Ebene I
- ✓ Arbeitsblatt – Vektorrechnung in der Ebene II
- ✓ Arbeitsblatt – Parameterdarstellung von Geraden in der Ebene

13.1

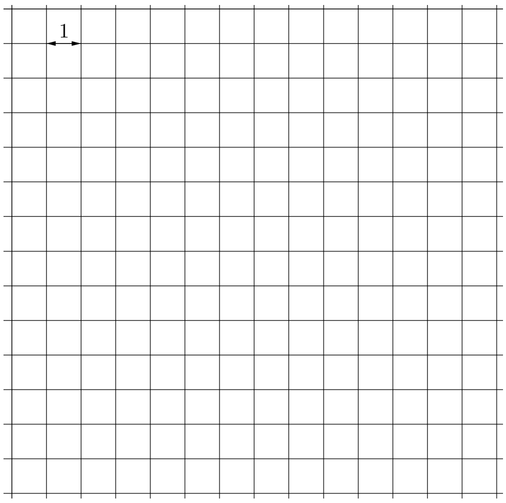
Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$.
Ermittle die folgenden Vektoren rechnerisch und grafisch:

a) $2 \cdot \vec{a} =$

b) $\frac{1}{2} \cdot \vec{b} =$

c) $\vec{a} + \vec{b} =$

d) $2 \cdot \vec{a} + \vec{b} =$



13.2

Gegeben ist der Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$.

a) Welche der folgenden Vektoren sind parallel zu $\vec{a}$?
Ermittle bei parallelen Vektoren jenen Skalar k mit $\vec{b} = k \cdot \vec{a}$.

1) $\begin{pmatrix} 8 \\ -4 \end{pmatrix}$ **2)** $\begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$ **3)** $\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ **4)** $\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ **5)** $\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ **6)** $\begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix}$ **7)** $\begin{pmatrix} -1 \\ 0{,}5 \end{pmatrix}$ **8)** $\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$

b) Berechne die unbekannte Komponente so, dass der Vektor parallel zu $\vec{a}$ ist.

1) $\begin{pmatrix} 12 \\ y \end{pmatrix}$ **2)** $\begin{pmatrix} x \\ 4 \end{pmatrix}$ **3)** $\begin{pmatrix} -2 \\ y \end{pmatrix}$ **4)** $\begin{pmatrix} x \\ 5 \end{pmatrix}$ **5)** $\begin{pmatrix} 7 \\ y \end{pmatrix}$ **6)** $\begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix}$

13.3

Gegeben ist der Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$.

a) Berechne die Länge $|\vec{a}|$ von $\vec{a}$.

b) Berechne den Einheitsvektor $\vec{a_0}$ von $\vec{a}$.

c) Berechne den Vektor $3 \cdot \vec{a}$ und seine Länge.

d) Berechne jenen Vektor $\vec{b}$ mit Länge 4 und gleicher Richtung (und Orientierung) wie $\vec{a}$.

13.4

Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ b_2 \end{pmatrix}$.
Berechne jenen Wert von b_2, für den die beiden Vektoren normal aufeinander stehen.

13.5

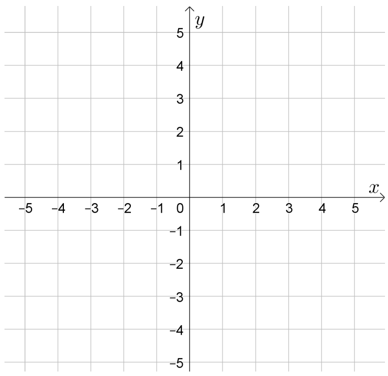
Für welche Zahlen $x \in \mathbb{R}$ stehen die Vektoren $\begin{pmatrix} 3-x \\ 7 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 3+x \\ 1 \end{pmatrix}$ normal aufeinander?

13.6

Gegeben sind die Punkte $A = (2 \mid 3)$, $B = (1 \mid -3)$ und $C = (-1 \mid -1)$.

a) Berechne die Vektoren $\overrightarrow{AC}$ und $\overrightarrow{BC}$ und stelle sie rechts grafisch dar.

b) Berechne den Abstand zwischen den Punkten A und C.



13.7

Gegeben sind die Punkte $A = (7 \mid -4)$ und $B = (4 \mid -2)$.

Berechne den Vektor $\overrightarrow{AB}$ und zwei verschiedene Normalvektoren von $\overrightarrow{AB}$ mit gleicher Länge wie $\overrightarrow{AB}$.

13.8

Eine Ameise bewegt sich vom Punkt $A = (-1 \mid 8)$ geradlinig zum Punkt $B = (7 \mid 2)$. (Angaben in m)

a) Berechne die Entfernung der Punkte A und B voneinander.

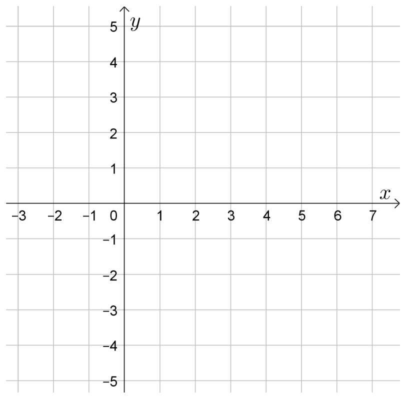
b) Berechne die Position P der Ameise, nachdem sie 30 % der Strecke zurückgelegt hat.

13.9

Gegeben sind zwei Geraden g und h in der Ebene.

$$g\colon X = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$h\colon X = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$$



a) Zeichne die Geraden im Koordinatensystem rechts ein.

b) Ermittle den Schnittpunkt S der Geraden grafisch *und* rechnerisch.

c) Prüfe rechnerisch, ob der Punkt $P = (-2 \mid 20)$ auf, oberhalb oder unterhalb der Gerade g liegt.

d) Prüfe rechnerisch, ob der Punkt $Q = (14 \mid -9)$ auf, oberhalb oder unterhalb der Gerade h liegt.

e) Zeichne rechts jene Gerade p ein, die parallel zu g ist und durch den Punkt $(6 \mid 3)$ verläuft. Ermittle eine Parameterdarstellung von p.

f) Zeichne rechts jene Gerade r ein, die normal auf h steht und durch den Punkt $(2 \mid 4)$ verläuft. Ermittle eine Parameterdarstellung von r.

13.10

Gegeben ist die Gerade $g\colon X = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ in der Ebene.
Hat g mit den folgenden Geraden keinen/genau einen/unendlich viele Schnittpunkt(e)? Begründe deine Antwort.

a) $a\colon X = \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix}$ **b)** $b\colon X = \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ **c)** $c\colon X = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0{,}2 \\ -0{,}4 \end{pmatrix}$

13.11

Die Gerade g hat die Steigung $k = 3$ und verläuft durch den Punkt $A = (4 \mid 2)$.

a) Ermittle eine Parameterdarstellung von g.

Die Gerade h steht normal auf g und verläuft durch den Punkt $B = (-2 \mid 3)$.

b) Ermittle eine Parameterdarstellung von h.

c) Ermittle die Steigung von h.

13.12

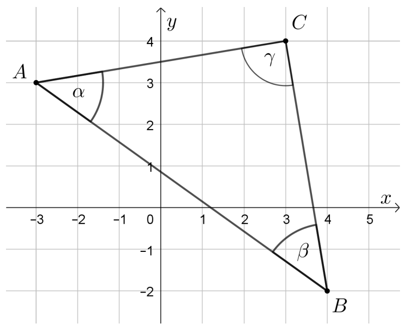
Für die Geraden g und h gilt:

$$g\colon\ X = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad h\colon\ y = k \cdot x - 2$$

a) Für welchen Wert $k \in \mathbb{R}$ sind g und h zueinander parallel?

b) Für welchen Wert $k \in \mathbb{R}$ schneiden g und h einander rechtwinkelig?

13.13



Die Eckpunkte des dargestellten Dreiecks haben ganzzahlige Koordinaten.

a) Trage die richtigen Zahlen in die Kästchen ein.

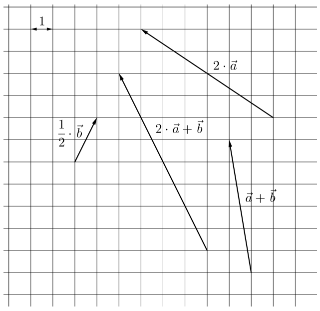
$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{\boxed{}} \qquad |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{\boxed{}} \qquad |\overrightarrow{BC}| = \sqrt{\boxed{}}$$

b) Zeige, dass $\gamma = 90°$ gilt.

c) Trage Zahlen so in die Kästchen ein, dass die Gleichung stimmt.

$$\sin(\alpha) = \sqrt{\frac{\boxed{}}{\boxed{}}}$$

13.1 **a)** $2 \cdot \vec{a} = \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \end{pmatrix}$ **b)** $\frac{1}{2} \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ **c)** $\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \end{pmatrix}$ **d)** $2 \cdot \vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ 8 \end{pmatrix}$



13.2 **a)** **1)** $k = 2$ **2)** $k = -1$ **3)** $k = 1$ **4)** nicht parallel **5)** $k = -0{,}5$ **6)** $k = 1{,}5$ **7)** $k = -0{,}25$ **8)** nicht parallel

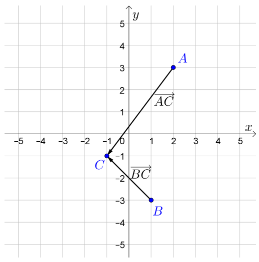
b) **1)** $y = -6$ **2)** $x = -8$ **3)** $y = 1$ **4)** $x = -10$ **5)** $y = -3{,}5$ **6)** $x = -2$

13.3 **a)** $|\vec{a}| = 5$ **b)** $a_0 = \begin{pmatrix} 4/5 \\ 3/5 \end{pmatrix}$, **c)** $3 \cdot \vec{a} = \begin{pmatrix} 12 \\ 9 \end{pmatrix}$, $|3 \cdot \vec{a}| = 15$, **d)** $\vec{b} = \begin{pmatrix} 16/5 \\ 12/5 \end{pmatrix}$

13.4 $b_2 = -6$

13.5 $x_1 = 4,\ x_2 = -4$

13.6 **a)** $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$



b) $|\overrightarrow{AC}| = 5$

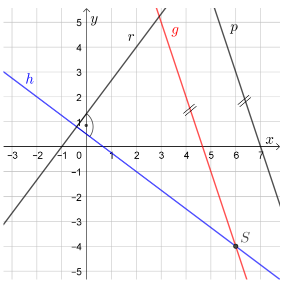
13.7 $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{n_L} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{n_R} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

13.8 **a)** 10 m **b)** $P = (1{,}4 \mid 6{,}2)$

13.9 **a)** **b)** $S = (6 \mid -4)$ **c)** $P = (-2 \mid 20)$ liegt auf g. $(t = -5)$

d) $(14 \mid -10)$ liegt auf h. $(s = 4)$ Wegen $-9 > -10$ liegt Q oberhalb von h. **e)** Zum Beispiel: $p\colon X = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$

f) Zum Beispiel: $r\colon X = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$



13.10 **a)** g und a haben genau einen Schnittpunkt, weil $\begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix}$ nicht parrallel zu $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ ist.

b) g und b haben unendlich viele Schnittpunkte, weil $\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ parallel zu $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ ist und der Punkt $(1 \mid 8)$ auf g liegt. Die Geraden sind also ident.

c) g und c haben keinen Schnittpunkt, weil $\begin{pmatrix} 0{,}2 \\ -0{,}4 \end{pmatrix}$ parallel zu $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ ist, aber der Punkt $(6 \mid -1)$ nicht auf g liegt. Die Geraden sind also parallel, aber nicht ident.

13.11 **a)** Zum Beispiel: $X = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ **b)** Zum Beispiel: $X = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ **c)** $-\frac{1}{3}$

13.12 **a)** $k = \frac{3}{4}$ **b)** $k = -\frac{4}{3}$

13.13 **a)** $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{74}$ $|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{37}$ $|\overrightarrow{BC}| = \sqrt{37}$

b) $|\overrightarrow{AB}|^2 = 74 = |\overrightarrow{AC}|^2 + |\overrightarrow{BC}|^2$ oder $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 0$

c) $\sqrt{\frac{37}{74}} = \sqrt{\frac{1}{2}}$