

ТРИГОНОМЕТРІЯ

ГРАДУСНА ТА РАДІАННА МІРА КУТІВ

16.1.° Знайдіть радіанну міру кута, який дорівнює:

- 1) 25° ; 2) 40° ; 3) 100° ; 4) 160° ; 5) 210° ; 6) 300° .

16.2.° Знайдіть градусну міру кута, радіанна міра якого дорівнює:

- 1) $\frac{\pi}{10}$; 2) $\frac{2\pi}{5}$; 3) $\frac{\pi}{9}$; 4) $1,2\pi$; 5) 3π ; 6) $2,5\pi$.

16.5.° Порівняйте величини кутів, заданих у радіанах:

- 1) $\frac{\pi}{4}$ і 1; 2) $-\frac{1}{2}$ і $-\frac{\pi}{6}$.

Джерело: [Мерзляк Алгебра 10 клас](#)

ТРИГОНОМЕТРИЧНІ ФУНКЦІЇ В ОДИНИЧНОМУ КОЛІ

16.8.° У якій координатній чверті знаходиться точка одиничного кола, отримана в результаті повороту точки $P_0(1; 0)$ на кут:

- 1) 400° ; 2) 750° ; 3) -470° ; 4) $\frac{-7\pi}{6}$; 5) $-1,8\pi$; 6) $6?$

Джерело: [Мерзляк Алгебра 10 клас](#)

17.1.° Обчисліть значення виразу:

- 1) $\sin 0 + \operatorname{tg} \pi - \sin \frac{3\pi}{2}$; 3) $2 \sin^2 \frac{\pi}{4} + \cos^2 \frac{\pi}{6}$;
 2) $5 \cos \pi + 4 \cos \frac{3\pi}{2} + 2 \cos 2\pi$; 4) $\sin \frac{\pi}{3} \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{6} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6}$.

18.1.° Додатним чи від'ємним числом є значення тригонометричної функції:

- 1) $\sin(-280^\circ)$; 3) $\sin(-130^\circ)$; 5) $\sin(-3)$; 7) $\operatorname{ctg} \frac{7\pi}{4}$;
 2) $\cos 340^\circ$; 4) $\cos 2$; 6) $\operatorname{tg} 1$; 8) $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{6}?$

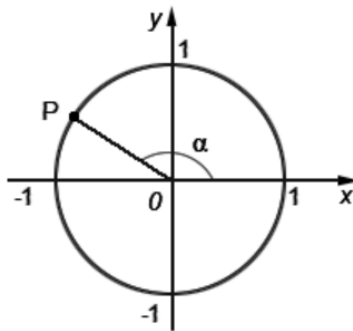
Джерело: [Мерзляк Алгебра 10 клас](#)

18.11.° Кутом якої чверті є кут α , якщо:

- 1) $\sin \alpha > 0$ і $\cos \alpha < 0$;
 2) $\sin \alpha < 0$ і $\operatorname{tg} \alpha > 0$;

Джерело: [Мерзляк Алгебра 10 клас](#)

На одиничному колі зображено точку $P(-0,8; 0,6)$ і кут α (див. рисунок). Визначте $\cos \alpha$.



А	Б	В	Г	Д
-0,8	0,6	0,8	-0,6	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Джерело: zno.osvita.ua

Якому проміжку належить значення виразу $\sin \frac{7\pi}{6} - 1$?

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -2)$	$[-2; -1)$	$[-1; 0)$	$[0; 1)$	$[1; +\infty)$

Джерело: zno.osvita.ua

Відомо, що $\operatorname{ctg} \alpha < 0$, $\cos \alpha > 0$. Якого значення може набувати $\sin \alpha$?

А	Б	В	Г	Д
-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1

Джерело: zno.osvita.ua

Укажіть правильну нерівність, якщо $a = \sin 120^\circ$, $b = \cos 120^\circ$.

А	Б	В	Г	Д
$0 < b < a$	$a < 0 < b$	$a < b < 0$	$0 < a < b$	$b < 0 < a$

Джерело: zno.osvita.ua

Розташуйте в порядку зростання числа: $a = \operatorname{tg} 36^\circ$, $b = \operatorname{tg} 93^\circ$, $c = \operatorname{tg} 180^\circ$.

А	Б	В	Г	Д
$b; c; a$	$c; b; a$	$a; b; c$	$c; a; b$	$b; a; c$

Джерело: zno.osvita.ua

ОСНОВНА ТРИГОНОМЕТРИЧНА ТОТОЖНІСТЬ

22.1.° Спростіть вираз:

1) $(1 + \operatorname{tg} \alpha)^2 + (1 - \operatorname{tg} \alpha)^2$;

5) $\frac{1 - \operatorname{ctg} \gamma}{1 - \operatorname{tg} \gamma}$;

2) $\sin^4 \alpha + 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha$;

6) $\cos^4 \alpha - \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha$;

3) $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}$;

7) $\sin^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha$;

4) $\frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha}$;

8) $\cos(-\alpha) + \cos \alpha \operatorname{tg}^2(-\alpha)$.

Джерело: [Мерзляк Алгебра 10 клас](#)

22.3.° Знайдіть значення тригонометричних функцій аргументу α , якщо:

1) $\cos \alpha = \frac{1}{2}$;

3) $\operatorname{tg} \alpha = 2$ і $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$;

2) $\sin \alpha = 0,6$ і $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$;

4) $\operatorname{ctg} \alpha = -\frac{4}{3}$ і $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

Джерело: [Мерзляк Алгебра 10 клас](#)

$$1 - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha =$$

Джерело: [zno.osvita.ua](#)

$$\frac{7 - (\sin^2 \beta + \cos^2 \beta)}{3 \sin^2 \beta + 3 \cos^2 \beta} =$$

Джерело: [zno.osvita.ua](#)

Обчисліть $\cos \alpha$, якщо $\sin \alpha = 0,8$ і $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

Джерело: [zno.osvita.ua](#)

Обчисліть значення виразу $4 \sin^2 \alpha$, якщо $4 \cos^2 \alpha = 1$.

Джерело: [zno.osvita.ua](#)

$$\text{Обчисліть } \cos^4 \frac{\pi}{12} - \sin^4 \frac{\pi}{12}.$$

Джерело: [zno.osvita.ua](#)

ТОТОЖНОСТІ З ФУНКЦІЯМИ ТАНГЕНС І КОТАНГЕНС

Якщо $2\sin \alpha = \cos \alpha$, то $\operatorname{tg} \alpha =$

Джерело: zno.osvita.ua

Якщо $2\cos \alpha - 5\sin \alpha = 0$, то $\operatorname{tg} \alpha =$

Джерело: zno.osvita.ua

Обчисліть $\operatorname{tg} \alpha$, якщо $4 \sin \alpha - \cos \alpha = 2 \cos \alpha - \sin \alpha$.

Джерело: zno.osvita.ua

Спростіть вираз $(1 - \cos^2 \alpha) \operatorname{ctg}^2 \alpha$.

Джерело: zno.osvita.ua

Спростіть вираз $(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \cdot \sin^2 \alpha$.

Джерело: zno.osvita.ua

Обчисліть значення виразу $\frac{2 \operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha}$, якщо $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{5}$.

Джерело: zno.osvita.ua

$1 - \sin \alpha \operatorname{ctg} \alpha \cos \alpha =$

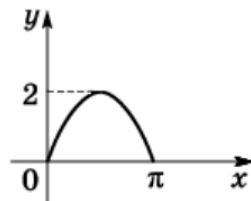
Джерело: zno.osvita.ua

$\frac{\cos \alpha \operatorname{tg} \alpha}{\sin^2 \alpha} =$

Джерело: zno.osvita.ua

ГРАФІКИ ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ ФУНКЦІЙ

На рисунку зображено фрагмент графіка однієї з наведених функцій на проміжку $[0; \pi]$. Укажіть цю функцію.



А	Б	В	Г	Д
$y = 2 \sin x$	$y = \sin 2x$	$y = 2 \cos x$	$y = \cos 2x$	$y = -2 \sin x$

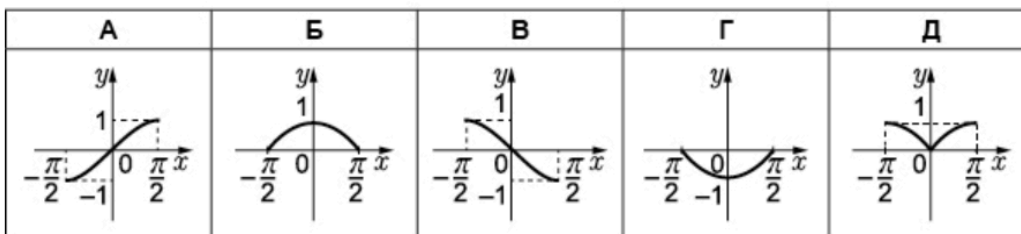
Джерело: zno.osvita.ua

Укажіть область значень функції $y = 2 \cos x + 3$.

А	Б	В	Г	Д
$[0; 3]$	$[-5; 5]$	$[1; 5]$	$[3; 5]$	$(-\infty; +\infty)$

Джерело: zno.osvita.ua

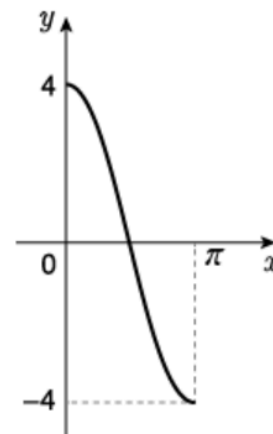
На якому з рисунків зображено фрагмент графіка функції $y = \cos(x + 2\pi)$ на проміжку $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$?



Джерело: zno.osvita.ua

На рисунку зображено фрагмент графіка однієї з наведених функцій на відріжку $[0; \pi]$. Укажіть цю функцію.

- А $y = 4 \sin x$
- Б $y = \sin 4x$
- В $y = -4 \sin x$
- Г $y = -4 \cos x$
- Д $y = 4 \cos x$



Джерело: zno.osvita.ua

ТРИГОНОМЕТРИЧНІ РІВНЯННЯ

Намалювати графіки функцій

- $y = \sin x$, на проміжку $[-4\pi, 4\pi]$
- $y = \cos x$, на проміжку $[-4\pi, 4\pi]$
- $y = \operatorname{tg} x$, на проміжку $[-3\pi/2, 3\pi/2]$
- $y = \operatorname{ctg} x$, на проміжку $[-2\pi, 2\pi]$

Вказати:

- Проміжки зростання і спадання функції.
- Значення x , при яких функція дорівнює 0, 1, -1.

Джерело: Проект MmF

Розв'язати рівняння на відрізку і пояснити розв'язання графічно.

- $\sin x = 1$ на $[0, 2\pi]$, на $[0, 4\pi]$, на $[-4\pi, 4\pi]$
 - Визначити закономірність і розв'язати на R
- $\cos x = \frac{1}{2}$ на $[-\pi, \pi]$, на $[-\pi, 3\pi]$, на $[-3\pi, 3\pi]$
 - Визначити закономірність і розв'язати на R
- $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$ на $[-\pi/2, \pi/2]$, на $[-3\pi/2, 3\pi/2]$
 - Визначити закономірність і розв'язати на R

Джерело: Проект MmF

27.3.° Розв'яжіть рівняння:

- 1) $\cos 3x = -\frac{1}{2}$; 3) $\cos 6x = 1$; 5) $\cos 9x = -\frac{1}{5}$;
 2) $\cos \frac{5}{6}x = \frac{\sqrt{3}}{2}$; 4) $\cos \frac{2\pi x}{3} = 0$; 6) $\cos\left(-\frac{x}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Джерело: [Мерзляк Алгебра 10 клас](#)

27.5.° Розв'яжіть рівняння:

- 1) $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$; 2) $\cos\left(\frac{x}{6} - 2\right) = -1$; 3) $2\cos\left(\frac{\pi}{8} - 3x\right) + 1 = 0$.

Джерело: [Мерзляк Алгебра 10 клас](#)

Знайдіть найменший додатний корінь рівняння $2\sin x = -1$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{6}$

Джерело: zno.osvita.ua

Укажіть найменший додатний корінь рівняння $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	π	$\frac{5\pi}{3}$

Джерело: zno.osvita.ua

29.2.° Розв'яжіть рівняння:

- 1) $\operatorname{tg} x = 1$; 3) $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$; 5) $\operatorname{ctg} x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$;
 2) $\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{3}}{3}$; 4) $\operatorname{ctg} x = \sqrt{3}$; 6) $\operatorname{tg} x = 0$.

29.3.° Розв'яжіть рівняння:

- 1) $\operatorname{tg}\left(-\frac{7x}{4}\right) = \sqrt{3}$; 2) $\operatorname{ctg} \frac{x}{2} = 0$; 3) $\operatorname{ctg} 6x = \frac{6}{11}$.

29.5.° Розв'яжіть рівняння:

- 1) $\operatorname{tg}\left(3x - \frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$; 3) $\sqrt{3} \operatorname{ctg}\left(5x + \frac{\pi}{3}\right) + 3 = 0$;

Джерело: [Мерзляк Алгебра 10 клас](#)

Розв'яжіть рівняння $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 0$.

Джерело: zno.osvita.ua

Розв'яжіть рівняння $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \sqrt{3}$

Джерело: zno.osvita.ua

Яке з наведених рівнянь не має коренів?

А	Б	В	Г	Д
$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\operatorname{ctg} x = -\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\operatorname{tg} x = \frac{2}{\sqrt{3}}$	$\cos x = \frac{2}{\sqrt{3}}$

Джерело: zno.osvita.ua

ТРИГОНОМЕТРИЧНІ НЕРІВНОСТІ

Розв'язати нерівність за допомогою графіка відповідної функції.

$$\sin x > 0 \text{ на відрізку } [0, 4\pi] \text{ і на}$$

$$\sin x < -1/2 \text{ на відрізку } [-2\pi, 2\pi]$$

$$\cos 2x > \sqrt{3}/2 \text{ на відрізку } [-\pi/2, 3\pi/2]$$

$$\cos(x - \pi/4) > 1/2 \text{ на відрізку } [-\pi/2, 3\pi/2]$$

$$\operatorname{tg} x > -1 \text{ на відрізку } [-3\pi/2, 3\pi/2]$$

$$\operatorname{ctg} x < \sqrt{3} \text{ на відрізку } [-2\pi, 2\pi]$$

$$\operatorname{ctg}(x + \pi/4) < \sqrt{3} \text{ на відрізку } [-2\pi, 2\pi]$$

$$\operatorname{tg} 0.5x > 1 \text{ на відрізку } [-3\pi/2, 3\pi/2]$$

Всі нерівності розв'язати також на множині дійсних чисел.

Джерело: Проєкт MmF

Установіть відповідність між геометричними перетвореннями графіка функції $y = \cos x$ (1–4) та функціями, одержаними в результаті цих перетворень (А–Д)

- | | |
|---|---|
| <p>1 графік функції $y = \cos x$ паралельно перенесли вздовж осі Ox на дві одиниці ліворуч</p> | <p>А $y = \cos(2x)$</p> |
| <p>2 графік функції $y = \cos x$ паралельно перенесли вздовж осі Oy на дві одиниці вниз</p> | <p>Б $y = \frac{1}{2} \cos x$</p> |
| <p>3 графік функції $y = \cos x$ стиснули до осі Ox у два рази</p> | <p>В $y = \cos(x - 2)$</p> |
| <p>4 графік функції $y = \cos x$ стиснули до осі Oy у два рази</p> | <p>Г $y = \cos(x + 2)$</p> |
| | <p>Д $y = \cos x - 2$</p> |

Джерело: zno.osvita.ua

Розв'яжіть рівняння (1–4). Установіть відповідність між кожним рівнянням та твердженням (А–Д), що є правильним для цього рівняння.

- | <i>Рівняння</i> | <i>Твердження</i> |
|--|---|
| <p>1 $x + \pi = 0$</p> | <p>А коренем рівняння є ірраціональне число</p> |
| <p>2 $\cos x = \sqrt{3}$</p> | <p>Б коренем рівняння є число 16</p> |
| <p>3 $\sqrt{x} = 4$</p> | <p>В рівняння не має коренів</p> |
| <p>4 $\frac{x-1}{x+7} = 0$</p> | <p>Г рівняння має два корені</p> |
| | <p>Д корінь рівняння належить відрізьку $[-2; 2]$</p> |

Джерело: zno.osvita.ua

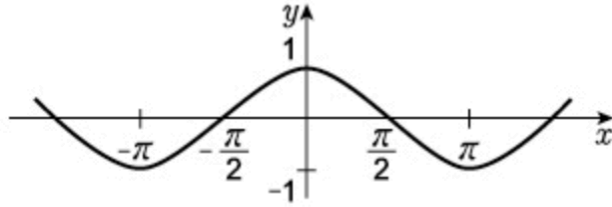
Установіть відповідність між функціями (1–4) та їхніми графіками (А–Д).

Функція

Графік функції

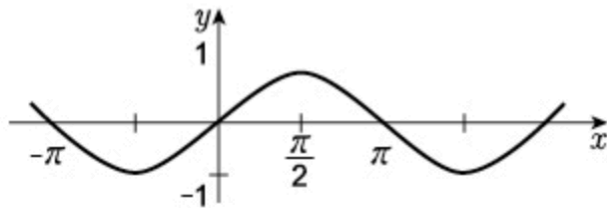
1 $y = \sin x$

А



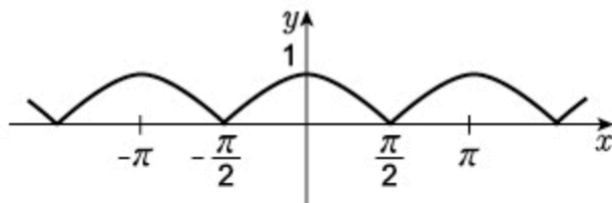
2 $y = -\cos x$

Б



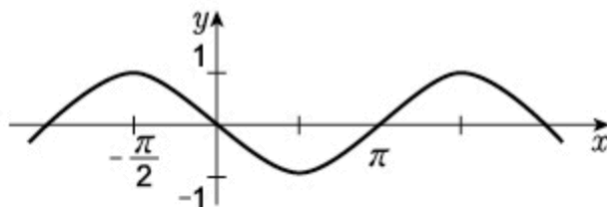
3 $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

В

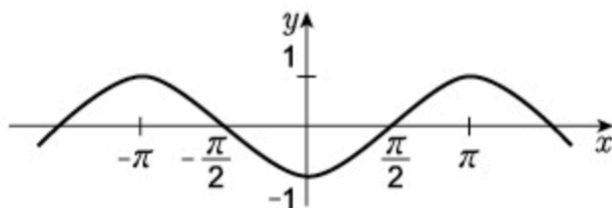


4 $y = \cos|x|$

Г



Д



Джерело: zno.osvita.ua