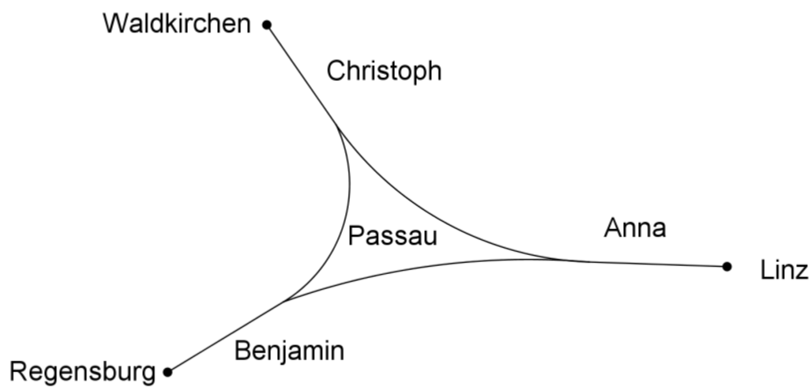
1 Gleichungssysteme

Aufgabe 1.1. (A) Passau hat einen triangelförmigen Bahnhof. Anna, Benjamin und Christoph beobachten den Zugverkehr in Linz, Regensburg und Waldkirchen an den von Passau kommenden Gleisen und zählen dort sowohl die einfahrenden als auch die abfahrenden Zuge: Anna zählt 190, Benjamin 208 und Christoph 72. Wie viele Zuge gingen von Linz nach Regensburg oder umgekehrt, wenn kein Zug in Passau startet, endet oder dort seine Richtung ändert?



Quelle: Naboj 2017, #8J.

Aufgabe 1.2. (A) Auf einer Insel sind zwei Funftel der Männer und drei Fünftel der Frauen verheiratet. Wie viel Prozent der Inselbewohner sind verheiratet?

Quelle: Naboj 2013, #2S.

Aufgabe 1.3. (A) Die Leitung einer Grundschule beschloss, eine bestimmte Anzahl an Bleistiften fur die Schüler der ersten Jahrgangsstufe, in der es die Klassen A, B und C gibt, anzuschaffen. Wenn sie jedem Schüler die gleiche Anzahl gegeben hätte, so hätte jeder Schüler neun Bleistifte erhalten. Wenn sie die Bleistifte nur in Klasse A verteilt hätte, so hätte jeder Schüler dieser Klasse 30 Bleistifte bekommen. Bei einer Verteilung nur in Klasse B hätte jeder dieser Schüler 36 Bleistifte empfangen. Wie viele Bleistifte hätte ein einzelner Schüler aus Klasse C erhalten, wenn sie nur dort verteilt worden wären?

Quelle: Naboj 2015, #9S.

Aufgabe 1.4. (A) In einem Cafe sitzen 55 Gäste, Türken und Inder. Jeder von ihnen trinkt entweder Tee oder Kaffee. Ein Inder sagt die Wahrheit, wenn er Tee trinkt, und er lügt, wenn er Kaffee trinkt, während es bei den Turken genau andersherum ist. Auf die Fragen "Trinkst du Kaffee?“, “Bist du ein Türke?“ und "Regnet es draußen?“ gibt es 44, 33 und 22 positive Antworten. Wie viele Inder trinken Tee? Finde alle Möglichkeiten.

Quelle: Naboj 2011, #20S.

Aufgabe 1.5. (B) Ellen wählte drei reelle Zahlen a, b, c und definierte damit die Operation $\circ$ durch

$$x \circ y = ax + by + cxy$$

Als Übung berechnete sie $1 \circ 2 = 3$ und $2 \circ 3 = 4$. Ferner bemerkte sie, dass es eine reelle Zahl u ungleich Null gibt, so dass $z \circ u = z$ für jede reelle Zahl z gilt. Welchen Wert hat u?

Quelle: Naboj 2017, #24S.

Aufgabe 1.6. (B) Finde alle Tripel (x, y, z) positiver reeller Zahlen, die die Gleichungen

$$(x+y)(x+y+z) = 120, \quad (y+z)(x+y+z) = 96 \text{ und } (x+z)(x+y+z) = 72$$

erfüllen.

Quelle: Naboj 2012, #12S.

Aufgabe 1.7. (B) Kunden bei einem Online-Shop können ihre Zufriedenheit mit einem gekauften Artikel äußern, indem sie ihn mittels einer Funf-Punkte-Skala bewerten (1 Stern = schlecht, 5 Sterne = ausgezeichnet). Die durchschnittliche Bewertung eines neu herausgekommenen Smartphones war letzte Woche 3,46 Sterne. Als zwei weitere Personen ihre Bewertungen zu Beginn dieser Woche abgaben, stieg sie auf den aktuellen Durchschnitt von 3,5 Sternen. Wie viele Personen haben das Smartphone bisher bewertet?

Quelle: Naboj 2018, #15S.

Aufgabe 1.8. (B) An der Tafel standen fünf nicht notwendigerweise verschiedene reelle Zahlen. Für jedes mögliche Paar von diesen Zahlen berechnete Julien dessen Summe, schrieb diese zehn Ergebnisse

$$1, 2, 3, 5, 5, 6, 7, 8, 9, 10$$

an die Tafel und wischte die ursprunglichen Zahlen weg. Bestimme alle möglichen Werte, die das Produkt der weggewischten Zahlen annehmen kann.

Quelle: Naboj 2017, #22S.

Aufgabe 1.9. (B) Finde die Summe aller reellen Zahlen a fur die die Gleichungen $x^2 + ax + 1 = 0$ und $x^2 + x + a = 0$ mindestens eine gemeinsame reelle Lösung haben.

Quelle: Naboj 2012, #19S.

Aufgabe 1.10. (B) Seien a, b und c von null verschiedene reelle Zahlen, so dass die quadratischen Gleichungen $ax^2 + bx + c = 0$ und $bx^2 + cx + a = 0$ eine gemeinsame Lösung haben. Bestimme alle möglichen reellen Werte dieser Lösung.

Quelle: Naboj 2011, #40S.

Aufgabe 1.11. (B) Die reellen Zahlen x und y mögen $(x+5)^2 + (y-12)^2 = 14^2$ erfüllen. Bestimme den kleinst möglichen Wert von $x^2 + y^2$.

Hinweis: Grafische Methode.

Quelle: Naboj 2011, #32S.

Aufgabe 1.12. (C) Die reellen Zahlen a, b, x, y mögen die Gleichungen

$$\begin{aligned} ax + by &= 3, \\ ax^2 + by^2 &= 7, \\ ax^3 + by^3 &= 16, \\ ax^4 + by^4 &= 42 \end{aligned}$$

erfüllen. Bestimme $ax^5 + by^5$.

Quelle: Naboj 2011, #44S.