

## ІНТЕГРУВАННЯ ЛІНІЙНОЇ ФУНКЦІЇ

Обчислити інтеграл як площу зі знаком:

$$\int_0^2 2x \, dx \quad \int_0^6 -x \, dx \quad \int_{-1}^2 2x \, dx$$

$$\int_0^3 0.5x \, dx \quad \int_{-2}^0 3x \, dx \quad \int_{-5}^5 0.2x \, dx$$

$$\int_1^4 2x + 1 \, dx \quad \int_0^2 -x - 2 \, dx \quad \int_0^2 -0.5x + 2 \, dx$$

$$\int_{-0.5}^2 2x + 1 \, dx \quad \int_{-2}^0 -x - 2 \, dx \quad \int_0^4 -0.5x + 2 \, dx$$

$$\int_{-2}^0 2x + 1 \, dx \quad \int_{-4}^1 -x - 2 \, dx \quad \int_6^{10} -0.5x + 2 \, dx$$

**Джерело:** Проект MmF

Обчислити інтеграли для вказаних **лінійних** функцій.

$$\int_1^3 f(x) \, dx, \text{ якщо графік } f(x) \text{ проходить через точки } (1, 2) \text{ і } (3, 4)$$

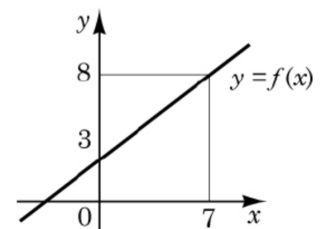
$$\int_0^{10} f(x) \, dx, \text{ якщо графік } f(x) \text{ проходить через точки } (0, 8) \text{ і } (10, 4)$$

$$\int_0^4 f(x) \, dx, \text{ якщо графік } f(x) \text{ проходить через точки } (0, 2) \text{ і } (2, 4)$$

$$\int_{-2}^2 f(x) \, dx, \text{ якщо графік } f(x) \text{ проходить через точки } (-2, 1) \text{ і } (0, -1)$$

**Джерело:** Проект MmF

Обчисліть  $\int_0^7 f(x) dx$ , використавши зображений на рисунку графік лінійної функції  $y = f(x)$ .



**Джерело:** НМТ 2023, демо, № 19

## ПЕРВІСНІ І НЕВИЗНАЧЕНИЙ ІНТЕГРАЛ

Функція  $F(x) = 2x^3 - 1$  є первісною функції  $f(x)$ . Укажіть функцію  $f(x)$ .

А	Б	В	Г	Д
$f(x) = 6x^2 - 1$	$f(x) = 6x - 1$	$f(x) = 4x^2$	$f(x) = \frac{x^4}{2} - x$	$f(x) = 6x^2$

Джерело: ЗНО 2020, пробний тест

Функція  $F(x) = 5x^4 - 1$  є первісною функції  $f(x)$ . Укажіть функцію  $G(x)$ , яка також є первісною функції  $f(x)$

А	Б	В	Г	Д
$G(x) = x^5 - x$	$G(x) = 5x^4 - x$	$G(x) = 20x^3$	$G(x) = 5x^4 + 1$	$G(x) = x^4 - 5$

Джерело: ЗНО 2020, основна сесія

Яка з наведених функцій є первісною для функції  $f(x) = x^{-4}$ ?

Джерело: ЗНО 2021, основна сесія

9.4.° Знайдіть загальний вигляд первісних функції:

- 1)  $f(x) = 5$ ;
- 2)  $f(x) = x$ ;
- 3)  $f(x) = x^6$ ;
- 4)  $f(x) = 2^x$ ;
- 5)  $f(x) = \frac{1}{x^7}$  на проміжку  $(-\infty; 0)$ ;
- 6)  $f(x) = \sqrt{x}$  на проміжку  $[1; +\infty)$ ;
- 7)  $f(x) = \sqrt[5]{x}$  на проміжку  $(-\infty; -3)$ ;
- 8)  $f(x) = x^{-5}$  на проміжку  $(0; +\infty)$ .

Джерело: Мерзляк, Алгебра 11 клас, №9.4

10.1.° Знайдіть загальний вигляд первісних функції:

- 1)  $f(x) = 4 - 2x$ ;
- 2)  $f(x) = 3x^2 - x + 5$ ;
- 3)  $f(x) = 5 \sin x + \cos x$ ;
- 4)  $f(x) = x^3(2 - x^2)$ ;
- 1)  $f(x) = x + 3$ ;
- 2)  $f(x) = x^2 + 4x - 1$ ;
- 8)  $f(x) = \frac{4}{\sqrt{x}} + x^3$  на проміжку  $(0; +\infty)$ ;
- 9)  $f(x) = \frac{1}{x^3} + \frac{3}{x^4}$  на проміжку  $(-\infty; 0)$ ;
- 10)  $f(x) = \sqrt{x} - \frac{6}{x^5}$  на проміжку  $(0; +\infty)$ ;
- 6)  $f(x) = 5\sqrt[4]{x} - \frac{3}{x}$  на проміжку  $(0; +\infty)$ ;
- 7)  $f(x) = 6x^2 - \frac{2}{x^2}$  на проміжку  $(0; +\infty)$ ;
- 8)  $f(x) = \frac{9}{x^{10}} + \frac{8}{x^9}$  на проміжку  $(-\infty; 0)$ .

Джерело: Мерзляк, Алгебра 11 клас, №10.1, 10.2

**10.6.°** Для функції  $f$  на проміжку  $I$  знайдіть первісну  $F$ , графік якої проходить через дану точку:

- 1)  $f(x) = 3 - 6x$ ,  $I = (-\infty; +\infty)$ ,  $A(-1; 0)$ ;
- 2)  $f(x) = 4x^3 - 6x^2 + 1$ ,  $I = (-\infty; +\infty)$ ,  $B(1; 5)$ ;
- 3)  $f(x) = 2 - \frac{1}{\sqrt{x}}$ ,  $I = (0; +\infty)$ ,  $C(4; 10)$ ;

**Джерело:** Мерзляк, Алгебра 11 клас, №10.6

Задано функцію  $y = 2x + 8$ .

1. Для наведених у таблиці значень аргументу  $x$  і значень функції  $y$  визначте відповідні їм значення  $y$  та  $x$ .

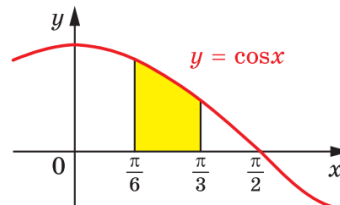
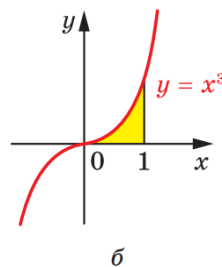
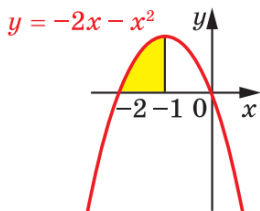
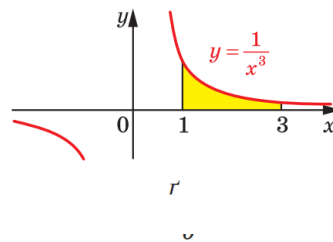
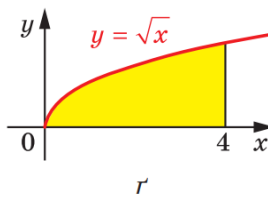
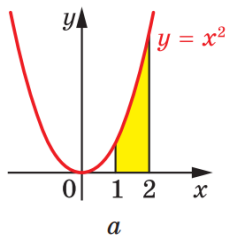
$x$	$y$
0	
	0
9	

2. Запишіть координати точки  $M$  перетину графіка заданої функції з віссю  $x$ .
3. Знайдіть загальний вигляд первісних функції  $f(x) = 2x + 8$ .
4. Знайдіть первісну  $F(x)$  функції  $f$ , графік якої проходить через точку  $M$ .
5. Побудуйте графік функції  $F$ .
6. Визначте область значень функції  $G(x) = 3 \cdot F(x) + 1$ .

**Джерело:** ЗНО 2021, пробний

## ВИЗНАЧЕНИЙ ІНТЕГРАЛ І ФОРМУЛА НЬЮТОНА-ЛЕЙБНИЦА

11.1.° Знайдіть площу криволінійної трапеції, зображеної на рисунку 11.11.



**Джерело:** Мерзляк, Алгебра 11 клас, №11.1, 11.2

Обчислити наступні інтеграли за формулою Ньютона-Лейбніца і вказати їх геометричний зміст

$$\int_0^2 x^2 dx$$

$$\int_{-1}^3 2x^3 dx$$

$$\int_0^8 x^{1/3} dx$$

$$\int_{-1}^1 x^2 - 1 dx$$

$$\int_{-1}^3 2x^3 + 3x^2 - 1 dx$$

$$\int_0^\pi \sin x dx$$

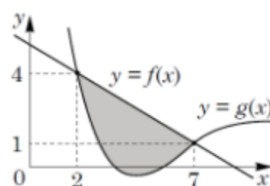
$$\int_0^4 x^2 - 2x dx$$

$$\int_1^2 1/x^2 dx$$

$$\int_0^2 e^x dx$$

**Джерело:** Проект МмФ

На рисунку зображено графіки функцій  $y = f(x)$  і  $y = g(x)$ . Укажіть формулу для обчислення площі зафарбованої фігури.



**А**  $S = \int_1^4 (f(x) - g(x)) dx$

**Б**  $S = \int_1^4 (g(x) - f(x)) dx$

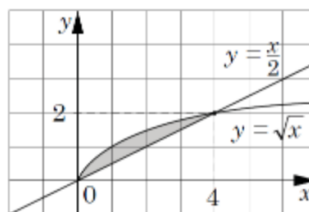
**В**  $S = \int_2^7 (f(x) + g(x)) dx$

**Г**  $S = \int_2^7 (f(x) - g(x)) dx$

**Д**  $S = \int_2^7 (g(x) - f(x)) dx$

**Джерело:** ЗНО 2019, основна сесія

На рисунку зображено графіки функцій  $y = \sqrt{x}$  та  $y = \frac{x}{2}$ . Укажіть формулу для обчислення площі зафарбованої фігури.



А	Б	В	Г	Д
$\int_0^2 (\sqrt{x} - \frac{x}{2}) dx$	$\int_0^2 (\frac{x}{2} - \sqrt{x}) dx$	$\int_0^4 (\sqrt{x} - \frac{x}{2}) dx$	$\int_0^4 (\frac{x}{2} - \sqrt{x}) dx$	$\int_0^4 (\frac{x}{2} + \sqrt{x}) dx$

**Джерело:** ЗНО 2019, додаткова сесія

У прямокутній системі координат на площині зображено план паркової зони, що має форму фігури, обмеженої графіками функцій  $y = f(x)$  і  $y = 3$  (див. рисунок). Укажіть формулу для обчислення площі  $S$  цієї фігури.



А  $S = \int_{-1}^3 (f(x) - 3)dx$

Б  $S = \int_{-1}^3 (3 - f(x))dx$

В  $S = \int_0^4 (f(x) + 3)dx$

Г  $S = \int_0^4 (f(x) - 3)dx$

Д  $S = \int_0^4 (3 - f(x))dx$

**Джерело:** ЗНО 2020, додаткова сесія

Задано функції  $f(x) = x^3$  і  $g(x) = 4|x|$

- 1 Побудуйте графік функції  $f$ .
- 2 Побудуйте графік функції  $g$ .
- 3 Визначте абсиси точок перетину графіків функцій  $f$  і  $g$ .
- 4 Обчисліть площу фігури, обмеженої графіками функцій  $f$  і  $g$ .

**Джерело:** ЗНО 2018, основна сесія №31

Задано функції  $f(x) = \sqrt{x}$  і  $g(x) = 6 - x$ .

- 1 Побудуйте графік функції  $f$ .
- 2 Побудуйте графік функції  $g$ .
- 3 Визначте абсцису точки перетину графіків функцій  $f$  і  $g$ .
- 4 Обчисліть площу фігури, обмеженої графіками функцій  $f$  і  $g$  та віссю  $y$ .

**Джерело:** ЗНО 2018, додаткова сесія №31

11.10.\* Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями:

1)  $y = x^2, y = 4;$

9)  $y = x^2 + 2x + 1, y = x + 3;$

2)  $y = 2x^2, y = 2x;$

10)  $y = -x^2 + 2x, y = x^2;$

3)  $y = e^x, y = 1, x = 2;$

11)  $y = x^3, y = x^2;$

4)  $y = \frac{4}{x}, y = 1, x = 1;$

12)  $y = e^x, y = e, x = 0;$

5)  $y = \frac{4}{x}, y = 4, x = 4;$

13)  $y = \frac{7}{x}, x + y = 8;$

6)  $y = x^2 - 4x + 5, y = 5;$

14)  $y = \frac{2}{x^2}, y = 2x, x = 2;$

7)  $y = 2 + x - x^2, y = 2 - x;$

15)  $y = \sin x, y = \cos x, x = 0, x = \frac{\pi}{4}.$

8)  $y = x^2 + 2, y = x + 4;$

**Джерело:** Мерзляк, Алгебра 11 клас, №11.10