Mittlere Geschwindigkeit

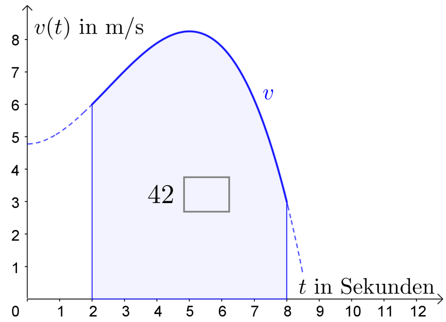
Der Graph einer Geschwindigkeit-Zeit-Funktion v ist dargestellt (t in Sekunden, $v(t)$ in m/s).

1) Welche Einheit hat $\int_2^8 v(t)\,\mathrm{d}t$?

Trage die Einheit in das Kästchen rechts ein.

2) Berechne die mittlere Geschwindigkeit im Intervall $[2;8]$.

3) Stelle mithilfe von v, a und b eine Formel für die mittlere Geschwindigkeit im Intervall $[a;b]$ auf.



Linearer Mittelwert m einer Funktion f im Intervall $[a;b]$

Für den **linearen Mittelwert m** einer Funktion f im Intervall $[a;b]$ gilt:

$$m = \frac{1}{b-a} \cdot \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$$

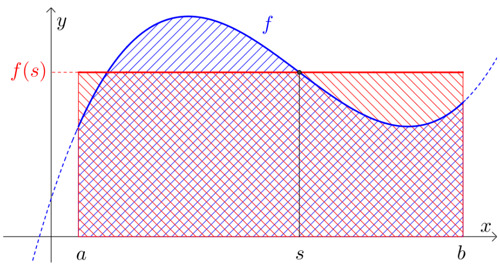
m ist der „durchschnittliche Funktionswert“ von f in $[a;b]$.

Mittelwertsatz der Integralrechnung

Der **Mittelwertsatz der Integralrechnung** garantiert (mindestens) eine Stelle s im Intervall $[a;b]$, für die gilt:

$$f(s) \cdot (b-a) = \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$$

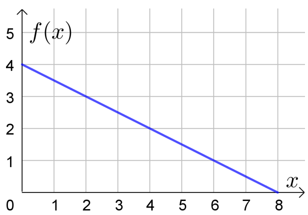
$f(s)$ ist der „durchschnittliche Funktionswert“ von f in $[a;b]$.



Die rote Fläche ( ) hat also den gleichen Inhalt wie die blaue Fläche ( ).

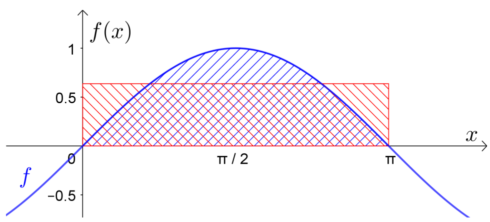
Lineare Funktion

Ermittle den linearen Mittelwert m der dargestellten linearen Funktion f in $[0;8]$.



Sinusfunktion

Ermittle den linearen Mittelwert m der Funktion f mit $f(x) = \sin(x)$ in $[0;\pi]$.

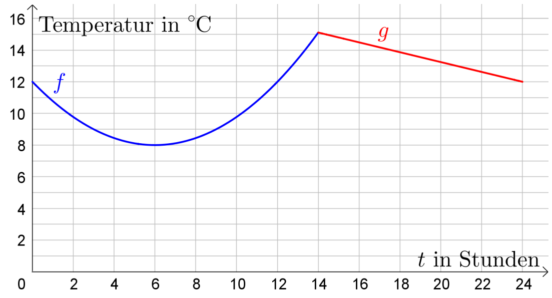


Mittlere Temperatur

Der Temperaturverlauf an einem Tag wird durch zwei Funktionen f und g modelliert:

$$f(t) = \frac{1}{9} \cdot t^2 - \frac{4}{3} \cdot t + 12 \quad \text{mit } 0 \leq t \leq 14$$

$$g(t) = -\frac{14}{45} \cdot t + \frac{292}{15} \qquad \text{mit } 14 \leq t \leq 24$$

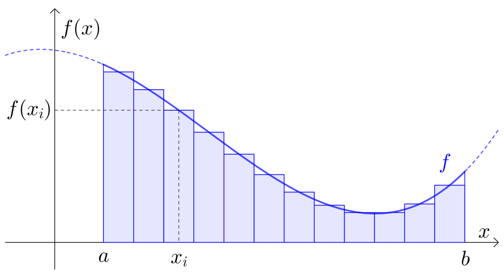


Berechne die mittlere Temperatur im Zeitintervall . . .

i) $[0\,\text{h}; 14\,\text{h}]$. **ii)** $[14\,\text{h}; 24\,\text{h}]$. **iii)** $[0\,\text{h}; 24\,\text{h}]$.

Warum ist das Ergebnis von **iii)** *nicht* das arithmetische Mittel der Ergebnisse von **i)** und **ii)**?

Annäherung mit Zwischensummen



Wir teilen das Intervall $[a; b]$ in n Teile mit gleicher Breite.

In jedem Teilintervall wählen wir eine Stelle x_i. $i = 1, 2, \ldots, n$

Das arithmetische Mittel

$$\frac{f(x_1) + f(x_2) + \cdots + f(x_n)}{n}$$

ist eine Annäherung an den „durchschnittlichen Funktionswert“ der Funktion f in $[a; b]$.

Nähern wir das bestimmte Integral durch die dargestellte Zwischensumme an, erhalten wir ebenso:

$$\frac{1}{b-a} \cdot \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x \approx \frac{1}{b-a} \cdot \frac{b-a}{n} \cdot [f(x_1) + f(x_2) + \cdots + f(x_n)] = \frac{f(x_1) + f(x_2) + \cdots + f(x_n)}{n}$$