Steigungsdreieck

Die Gerade rechts unten verläuft durch die Punkte $A = (4 \mid 2)$ und $B = (4 + \Delta x \mid 2 + \Delta y)$.
Wir haben das zugehörige **Steigungsdreieck** und den **Steigungswinkel** $\boldsymbol{\alpha}$ eingezeichnet.

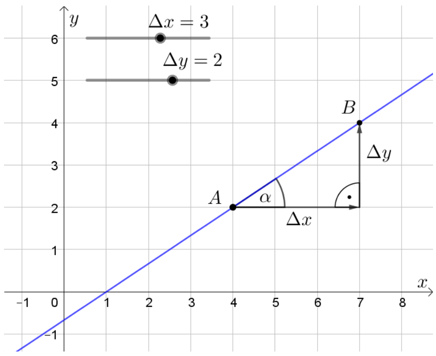
Streiche jeweils die falsche Antwort durch:

1) Wird nur $\Delta y > 0$ verändert, so gilt:

Je größer Δy, desto { steiler/~~flacher~~ ist die Gerade. / größer/~~kleiner~~ ist der Steigungswinkel.

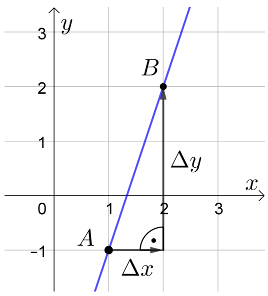
2) Wird nur $\Delta x > 0$ verändert, so gilt:

Je größer Δx, desto { ~~steiler~~/flacher ist die Gerade. / ~~größer~~/kleiner ist der Steigungswinkel.



Das Seitenverhältnis $\dfrac{\boldsymbol{\Delta y}}{\boldsymbol{\Delta x}}$ nennen wir die **Steigung** der Gerade.

Steigungsdreieck mit $\boldsymbol{\Delta x = 1}$



Bei der Gerade links ist ein Steigungsdreieck mit

$$\Delta x = 1 \quad \text{und} \quad \Delta y = 3$$

eingezeichnet. Berechne die Steigung der Gerade.

$$\text{Steigung} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3}{1} = 3$$

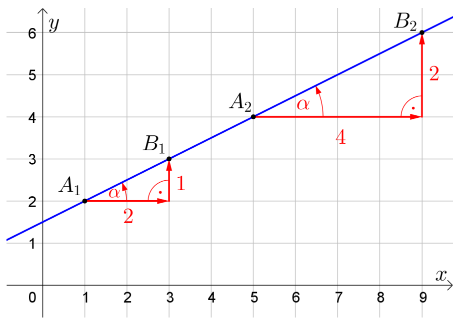
Wenn im Steigungsdreieck $\Delta x = 1$ gilt, dann ist also Δy genau die Steigung der Gerade.

Steigungsmessung

1) Zeichne rechts jeweils ein Steigungsdreieck mit Eckpunkten A_1 und B_1 bzw. A_2 und B_2 ein.

2) Erkläre, warum die beiden Dreiecke zueinander ähnlich sind.

Die beiden Dreiecke stimmen in ihren 3 Winkeln α, 90° und $90° - \alpha$ paarweise überein.
Also sind sie zueinander ähnlich.



Jedes Steigungsdreieck einer Gerade liefert das *gleiche* Seitenverhältnis $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$.

3) Berechne die Steigung der Gerade.
Trage die Steigung in Prozent rechts im Verkehrsschild ein.

$$\text{Steigung} = \frac{2}{4} = 0{,}5 \cdot \underbrace{100\,\%}_{=1} = 50\,\%$$

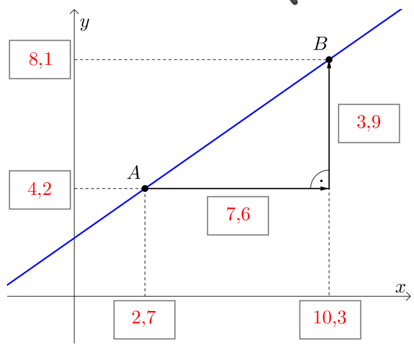
4) Berechne den Steigungswinkel α der Gerade.

$$\tan(\alpha) = \frac{1}{2} \implies \alpha = \arctan\left(\frac{1}{2}\right) = 26{,}56\ldots°$$

Differenzen

Die rechts dargestellte Gerade verläuft durch die Punkte $A = (2{,}7 \mid 4{,}2)$ und $B = (10{,}3 \mid 8{,}1)$.
Beschrifte die Skizze und berechne die Steigung der Gerade.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{8{,}1 - 4{,}2}{10{,}3 - 2{,}7} = \frac{3{,}9}{7{,}6} = 0{,}5131... = 51{,}31...\,\%$$



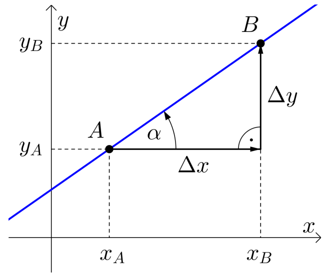
Differenzenquotient & Steigungswinkel

Eine Gerade verläuft durch die Punkte $A = (x_A \mid y_A)$ und $B = (x_B \mid y_B)$.
Die **Steigung** der Gerade ist der sogenannte **Differenzenquotient**:

$$\boldsymbol{\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}}$$

Für den **Steigungswinkel $\boldsymbol{\alpha}$** gilt:

$$\boldsymbol{\tan(\alpha) = \frac{\Delta y}{\Delta x}}$$



Negative Steigung

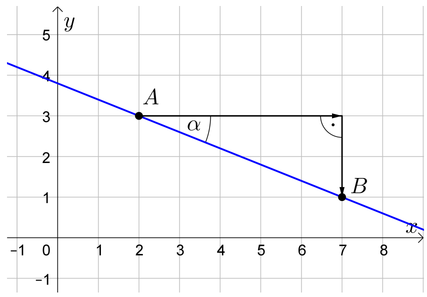
Die dargestellte Gerade verläuft durch die Punkte $A = (2 \mid 3)$ und $B = (7 \mid 1)$.

1) Berechne die Steigung mit dem Differenzenquotienten.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{1-3}{7-2} = \frac{-2}{5} = -0{,}4$$

2) Berechne den rechts eingezeichneten **Neigungswinkel $\boldsymbol{\alpha}$**.

$$\tan(\alpha) = \frac{2}{5} \quad\Longrightarrow\quad \alpha = \arctan\left(\frac{2}{5}\right) = 21{,}8...^\circ$$



Steigungswinkel ↔ Steigung

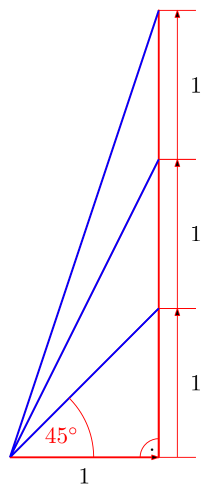
1) Erkläre anhand der Skizze, warum eine Gerade mit der Steigung $100\,\% = 1$ *nicht* senkrecht ist.
Tatsächlich entsprechen $100\,\%$ Steigung dem Steigungswinkel $45°$.

2) Erkläre anhand der Skizze, warum eine Gerade mit der Steigung $200\,\% = 2$ *nicht* den Steigungswinkel $2 \cdot 45° = 90°$ hat.
Schlussrechnungen zwischen Steigung und Steigungswinkel sind *nicht* zulässig.
Berechne den Steigungswinkel einer Gerade mit der Steigung $200\,\%$.

$$\tan(\alpha) = 2 \;\Longrightarrow\; \alpha = \arctan(2) = 63{,}43...^\circ$$

3) Welcher Steigung entspricht ein Steigungswinkel von $89{,}9°$?

$$\tan(89{,}9°) = 572{,}9...$$



Der Steigungswinkel $90°$ kann *nicht* als Steigung in Prozent ausgedrückt werden.
Mehr zur Winkelfunktion Tangens findest du am Arbeitsblatt – Winkelfunktionen am Einheitskreis.