Name:	
Klasse:	

Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reifeprüfung

AHS

Haupttermin 2021

Mathematik

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Sehr geehrte Kandidatin! Sehr geehrter Kandidat!

Das vorliegende Aufgabenheft enthält Teil-1-Aufgaben und Teil-2-Aufgaben (bestehend aus Teilaufgaben). Die Aufgaben bzw. Teilaufgaben sind unabhängig voneinander bearbeitbar.

Verwenden Sie für die Bearbeitung ausschließlich dieses Aufgabenheft und das Ihnen zur Verfügung gestellte Arbeitspapier. Schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Klasse in die dafür vorgesehenen Felder auf dem Deckblatt des Aufgabenhefts sowie Ihren Namen und die fortlaufende Seitenzahl auf jedes verwendete Blatt Arbeitspapier. Geben Sie bei der Beantwortung jeder Teilaufgabe deren Bezeichnung (z. B.: 25a1) auf dem Arbeitspapier an.

In die Beurteilung wird alles einbezogen, was nicht durchgestrichen ist. Die Lösung muss dabei klar ersichtlich sein. Wenn die Lösung nicht klar ersichtlich ist oder verschiedene Lösungen angegeben sind, gilt die Aufgabe als nicht gelöst.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Eine Erläuterung der Antwortformate liegt im Prüfungsraum auf und kann auf Wunsch eingesehen werden.

Das Aufgabenheft und alle von Ihnen verwendeten Arbeitsblätter sind abzugeben.

So ändern Sie Ihre Antwort bei Aufgaben zum Ankreuzen:

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreuzen Sie dann das gewünschte Kästchen an.

Hier wurde zuerst die Antwort „5 + 5 = 9“ gewählt und dann auf „2 + 2 = 4“ geändert.

1 + 1 = 3	☐
2 + 2 = 4	☒
3 + 3 = 5	☐
4 + 4 = 4	☐
5 + 5 = 9	■
6 + 6 = 10	☐

So wählen Sie eine bereits übermalte Antwort:

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreisen Sie das gewünschte übermalte Kästchen ein.

Hier wurde zuerst die Antwort „2 + 2 = 4“ übermalt und dann wieder gewählt.

1 + 1 = 3	☐
2 + 2 = 4	■
3 + 3 = 5	☐
4 + 4 = 4	■
5 + 5 = 9	☐
6 + 6 = 10	☐

Bewertung

Jede Aufgabe im Teil 1 und jede Teilaufgabe im Teil 2 wird mit 0 Punkten oder 1 Punkt bzw. 0 Punkten, ½ oder 1 Punkt bewertet. Die jeweils zu erreichenden Punkte sind bei jeder (Teil-)Aufgabe angeführt.

Beurteilungsschlüssel

erreichte Punkte	Note
32–36 Punkte	Sehr gut
27–31,5 Punkte	Gut
22–26,5 Punkte	Befriedigend
17–21,5 Punkte	Genügend
0–16,5 Punkte	Nicht genügend

Best-of-Wertung: Für die Aufgaben 26, 27 und 28 gilt eine Best-of-Wertung. Von diesen drei Teil-2-Aufgaben wird diejenige Aufgabe, bei der die niedrigste Punkteanzahl erreicht worden ist, nicht gewertet.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1

Rationale Zahlen

Nachstehend sind Aussagen über rationale Zahlen gegeben.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. *[2 aus 5]*

Für alle rationalen Zahlen a und b gilt: $a + b \geq 0$.	☐
Zu jeder rationalen Zahl a gibt es eine rationale Zahl b so, dass gilt: $a + b = 0$.	☐
Es gibt rationale Zahlen a und b mit $a \cdot b < b$.	☐
Wenn von den beiden rationalen Zahlen a und b, $b \neq 0$, genau eine positiv ist, dann ist der Quotient $\frac{a}{b}$ auf jeden Fall positiv.	☐
Wenn von den beiden rationalen Zahlen a und b mindestens eine negativ ist, dann ist das Produkt $a \cdot b$ auf jeden Fall negativ.	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 2

Kleidungsstück

Am Ende des Jahres 2017 lag der Preis eines bestimmten Kleidungsstücks bei € 49,90. Damit war es um 17,8 % teurer als zu Beginn des Jahres 2017.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie, um welchen Geldbetrag das Kleidungsstück im Laufe des Jahres 2017 teurer geworden ist.

[0/1 P.]

Aufgabe 3

Schulsportwoche

Für eine Schulsportwoche bucht eine Schule in einem Jugendgästehaus x Vierbettzimmer und y Sechsbettzimmer. Alle gebuchten Zimmer werden vollständig belegt.
Die Buchung kann durch das nachstehende Gleichungssystem beschrieben werden.

I: $4 \cdot x + 6 \cdot y = 56$
II: $x + y = 12$

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. *[2 aus 5]*

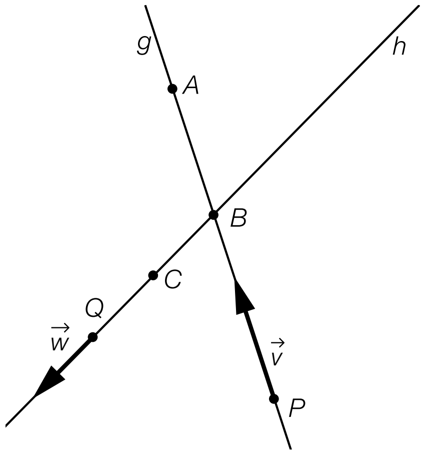
Es werden genau 4 Vierbettzimmer und genau 6 Sechsbettzimmer gebucht.	☐
Es werden weniger Vierbettzimmer als Sechsbettzimmer gebucht.	☐
Es werden genau 12 Zimmer gebucht.	☐
Es werden Betten für genau 56 Personen gebucht.	☐
Es werden genau 10 Zimmer gebucht.	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 4

Parameterdarstellung von Geraden

Die nachstehende Abbildung zeigt die beiden Geraden g und h. Auf jeder der Geraden sind drei Punkte gekennzeichnet: $A, B, P \in g$ bzw. $B, C, Q \in h$.
Zusätzlich ist von jeder Geraden ein Richtungsvektor dargestellt.



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, bei denen $s, t \in \mathbb{R}$ mit $s \neq 0$ und $t \neq 0$ so gewählt werden können, dass die jeweilige Aussage wahr ist. *[2 aus 5]*

$A = C + s \cdot \vec{v} + t \cdot \vec{w}$	☐
$B = C + s \cdot \vec{v}$	☐
$B = Q + t \cdot \vec{w}$	☐
$A = P + s \cdot \vec{v} + t \cdot \vec{w}$	☐
$C = P + t \cdot \vec{w}$	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 5

Quadrat

Von einem Quadrat mit den Eckpunkten A, B, C und D sind der Eckpunkt $C = (5|-3)$ und der Schnittpunkt der Diagonalen $M = (3|1)$ gegeben. Die Eckpunkte A, B, C und D des Quadrats sind dabei gegen den Uhrzeigersinn angeordnet.

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie die Koordinaten der Eckpunkte A und B.

A = ____

B = ____

[0/½/1 P.]

Aufgabe 6

Rampe

Eine Rampe mit einer (schrägen) Länge von d Metern überwindet einen Höhenunterschied von h Metern ($d > 0$, $h > 0$). Der Steigungswinkel der Rampe wird mit α bezeichnet.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Gleichungen an, die den gegebenen Sachverhalt richtig beschreiben.

[2 aus 5]

$d = \frac{h}{\sin(\alpha)}$	☐
$d = h \cdot \cos(\alpha)$	☐
$d = \frac{h}{\cos(90° - \alpha)}$	☐
$d = h \cdot \sin(90° - \alpha)$	☐
$d = h \cdot \tan(\alpha)$	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 7

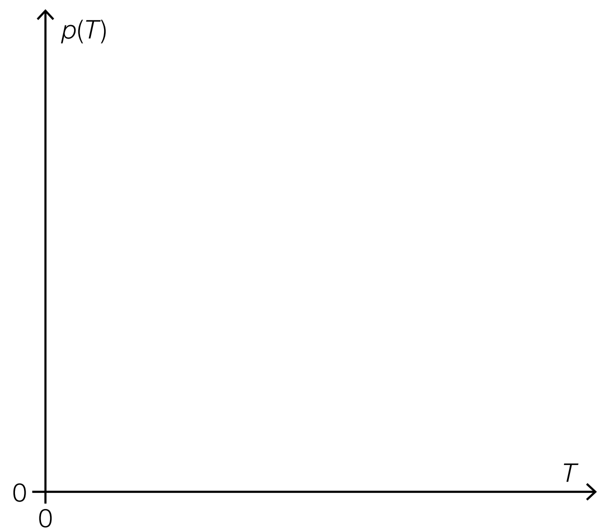
Ideales Gas

Die Gleichung $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$ beschreibt modellhaft den Zusammenhang zwischen dem Druck p, dem Volumen V, der Stoffmenge n und der absoluten Temperatur T eines idealen Gases, wobei R eine Konstante ist ($V, n, R \in \mathbb{R}^+$ und $p, T \in \mathbb{R}_0^+$).

Die Funktion p modelliert in Abhängigkeit von der Temperatur T den Druck $p(T)$, wenn die anderen in der Gleichung vorkommenden Größen konstant bleiben.

Aufgabenstellung:

Skizzieren Sie im nachstehenden Koordinatensystem den Graphen einer solchen Funktion p.



[0/1 P.]

Aufgabe 8

Funktionstypen

Gegeben sind vier Funktionstypen sowie sechs Wertetabellen der Funktionen f_1 bis f_6, die jeweils einem bestimmten Funktionstyp angehören. Die Funktionswerte von f_1 sind auf zwei Dezimalstellen gerundet.

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie jedem der vier angegebenen Funktionstypen jeweils die entsprechende Wertetabelle (aus A bis F) zu.

lineare Funktion	
quadratische Funktion	
Exponentialfunktion	
Sinusfunktion	

A

x	$f_1(x)$
–2	–0,91
–1	–0,84
0	0
1	0,84
2	0,91

B

x	$f_2(x)$
–2	8
–1	2
0	0
1	2
2	8

C

x	$f_3(x)$
–2	–7
–1	–1
0	0
1	1
2	9

D

x	$f_4(x)$
–2	0,25
–1	0,5
0	1
1	2
2	4

E

x	$f_5(x)$
–2	–3
–1	–1
0	1
1	3
2	5

F

x	$f_6(x)$
–2	–0,5
–1	–1
0	nicht definiert
1	1
2	0,5

[0/½/1 P.]

Aufgabe 9

Direkte Proportionalität

Der Funktionsgraph einer linearen Funktion $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = k \cdot x + d$ mit $k, d \in \mathbb{R}$ verläuft durch die Punkte $A = (x_A|6)$ und $B = (12|16)$.

Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie die Koordinate x_A des Punktes A so, dass die Funktion f einen direkt proportionalen Zusammenhang beschreibt.

x_A = ____

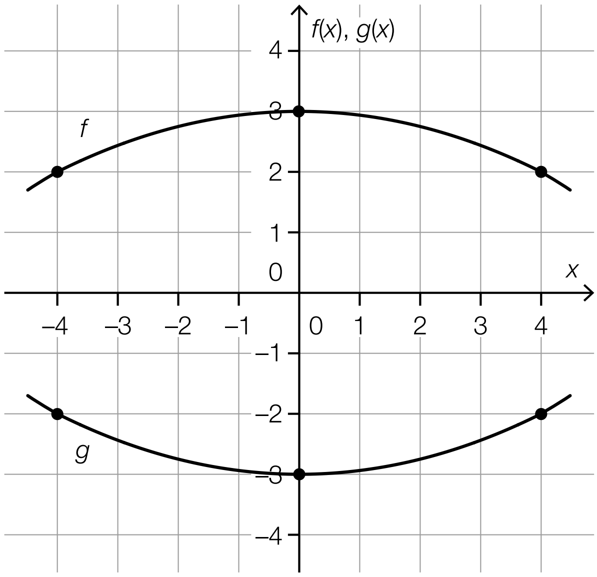
[0/1 P.]

Aufgabe 10

Quadratische Funktionen

In der nachstehenden Abbildung sind die Graphen der beiden reellen Funktionen f und g dargestellt. Es gilt:

$f(x) = a \cdot x^2 + b$ mit $a, b \in \mathbb{R}$
$g(x) = c \cdot x^2 + d$ mit $c, d \in \mathbb{R}$



Die Koordinaten der gekennzeichneten Punkte sind ganzzahlig.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. *[2 aus 5]*

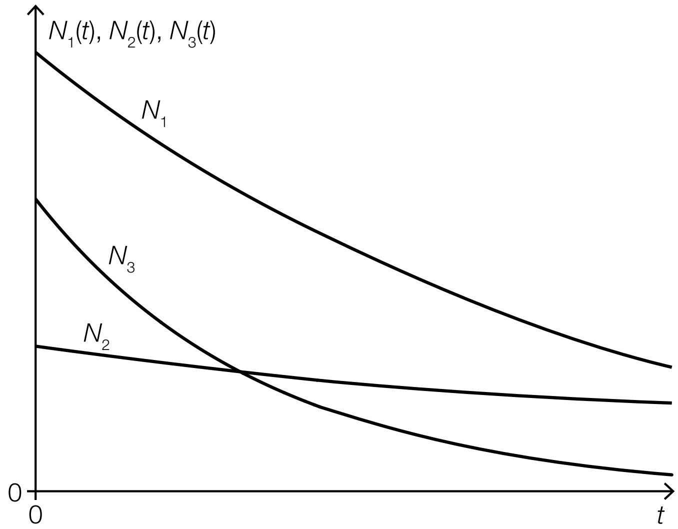
$d = f(0)$	☐
$b = d$	☐
$a = -c$	☐
$-f(x) = g(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$	☐
$f(2) = g(2)$	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 11

Halbwertszeiten von Zerfallsprozessen

Die drei Exponentialfunktionen N_1, N_2 und N_3 beschreiben jeweils einen Zerfallsprozess mit den zugehörigen Halbwertszeiten τ_1, τ_2 und τ_3.
Nachstehend sind Ausschnitte der Graphen dieser drei Funktionen abgebildet.



Aufgabenstellung:

Ordnen Sie die Halbwertszeiten τ_1, τ_2 und τ_3 der Größe nach. Beginnen Sie mit der kürzesten Halbwertszeit.

_______ < _______ < _______

[0/1 P.]

Aufgabe 12

Funktionsterm

Von einer reellen Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$ ist Folgendes bekannt:

- $f(1) = 3$
- Für alle reellen Zahlen x gilt: $f(x + 1)$ ist um 50 % größer als $f(x)$.

Aufgabenstellung:

Geben Sie einen Funktionsterm einer solchen Funktion f an.

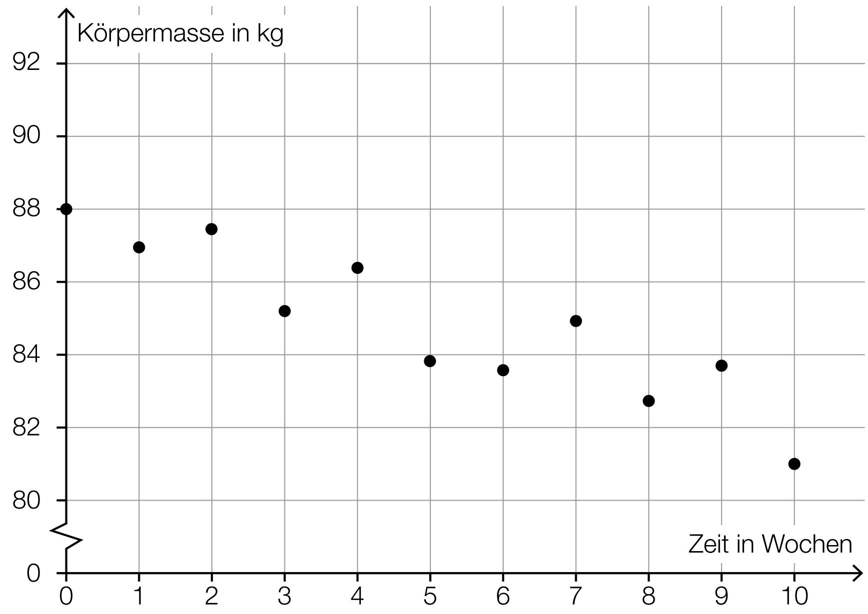
$f(x) =$ ____

[0/1 P.]

Aufgabe 13

Diät

Hannes machte eine zehnwöchige Diät und notierte dabei am Beginn jeder Woche und am Ende der Diät seine Körpermasse (in kg). Diese Werte sind im nachstehenden Diagramm dargestellt.



Aufgabenstellung:

Geben Sie die absolute Änderung (in kg) und die relative Änderung (in %) der Körpermasse von Hannes vom Beginn bis zum Ende der zehnwöchigen Diät an.

absolute Änderung: ____ kg

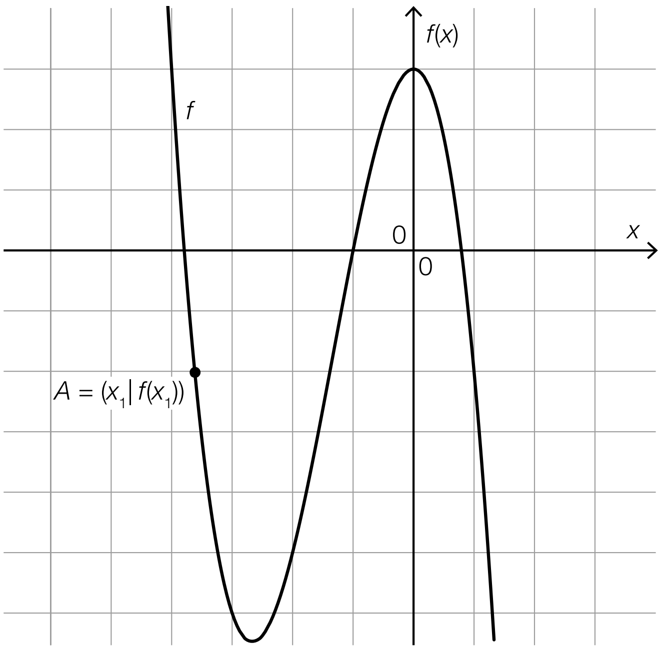
relative Änderung: ____ %

[0/½/1 P.]

Aufgabe 14

Änderungsraten einer Polynomfunktion

In der nachstehenden Abbildung sind der Graph der Polynomfunktion f und der Punkt $A = (x_1 | f(x_1))$ des Graphen von f dargestellt.



Für eine Stelle x_2 in der obigen Abbildung mit $x_2 > x_1$ gelten folgende Bedingungen:

- Der Differenzialquotient von f an der Stelle x_2 ist negativ.
- Der Differenzenquotient von f im Intervall $[x_1; x_2]$ ist null.

Aufgabenstellung:

Kennzeichnen Sie in der obigen Abbildung denjenigen Punkt $P = (x_2 | f(x_2))$, bei dem beide oben genannten Bedingungen erfüllt sind.

[0 / 1 P.]

Aufgabe 15

Karpfen

Die Anzahl der Karpfen in einem Teich soll auf 800 Karpfen beschränkt sein. Modellhaft wird angenommen, dass der Karpfenbestand in jedem Jahr um 7 % der Differenz zum maximalen Karpfenbestand von 800 Karpfen zunimmt.

Die Anzahl der Karpfen nach n Jahren wird mit $F(n)$ bezeichnet. Es gilt: $F(0) = 500$.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie diejenige Differenzengleichung an, die die Entwicklung des Karpfenbestands zutreffend beschreibt. *[1 aus 6]*

$F(n + 1) = F(n) + 0{,}07 \cdot (800 - F(n))$	☐
$F(n) = F(n + 1) + 0{,}07 \cdot (800 - F(n + 1))$	☐
$F(n + 1) = F(n) + 1{,}07 \cdot (800 - F(n))$	☐
$F(n + 1) = F(n) + 0{,}07 \cdot (F(n) - 800)$	☐
$F(n + 1) = 800 - 0{,}07 \cdot F(n)$	☐
$F(n) = 800 - 0{,}07 \cdot F(n + 1)$	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 16

Bestimmtes Integral

Die Funktion F ist eine Stammfunktion der Polynomfunktion f.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie denjenigen Ausdruck an, der in jedem Fall mit $\int_2^5 f(x)\,\mathrm{d}x$ übereinstimmt. *[1 aus 6]*

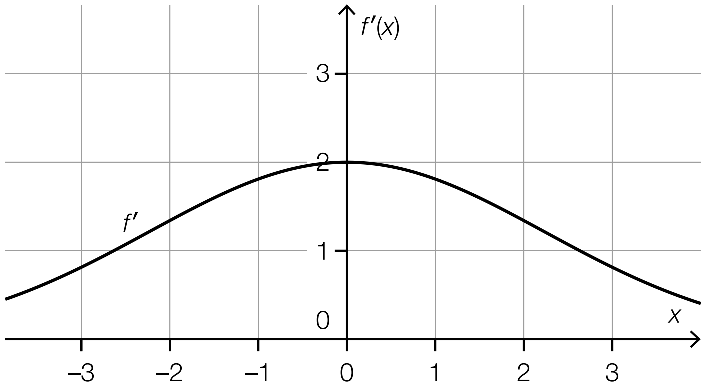
$\frac{F(5) - F(2)}{5 - 2}$	☐
$\frac{F(5) - F(2)}{F(2)}$	☐
$F(5) - F(2)$	☐
$F(5) + F(2)$	☐
$\frac{F(2) + F(5)}{2}$	☐
$\frac{F(5)}{F(2)}$	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 17

Funktionseigenschaften

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der 1. Ableitungsfunktion f' einer Polynomfunktion f dargestellt.



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die auf die Funktion f auf jeden Fall zutreffen. *[2 aus 5]*

Im Intervall [–3; 3] ist die Funktion f streng monoton steigend.	☐
Der Graph von f ist im Intervall [–3; 3] symmetrisch zur senkrechten Achse.	☐
Die Funktion f hat im Intervall [–3; 3] mindestens eine Wendestelle.	☐
Im Intervall [–3; 3] sind alle Funktionswerte von f positiv.	☐
Die Funktion f hat im Intervall [–3; 3] mindestens eine lokale Extremstelle.	☐

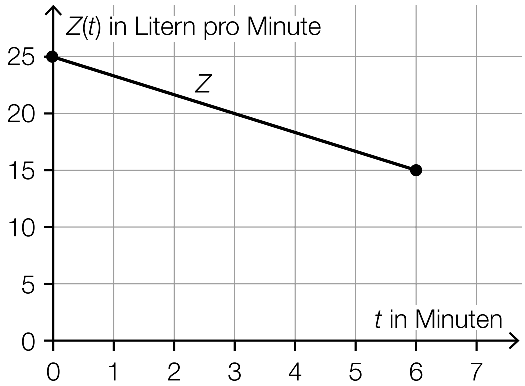
[0/1 P.]

Aufgabe 18

Wasserzufluss

Ein Behälter wird innerhalb von 6 Minuten mit Wasser befüllt.
Die Zuflussrate gibt an, wie viel Liter Wasser pro Minute in den Behälter zufließen. Dabei nimmt die Zuflussrate $Z(t)$ in Abhängigkeit von der Zeit t linear ab.

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Funktion Z dargestellt (t in Minuten, $Z(t)$ in Litern pro Minute). Die gekennzeichneten Punkte haben ganzzahlige Koordinaten.



Aufgabenstellung:

Berechnen Sie, wie viele Liter Wasser in diesen 6 Minuten in den Behälter zufließen.

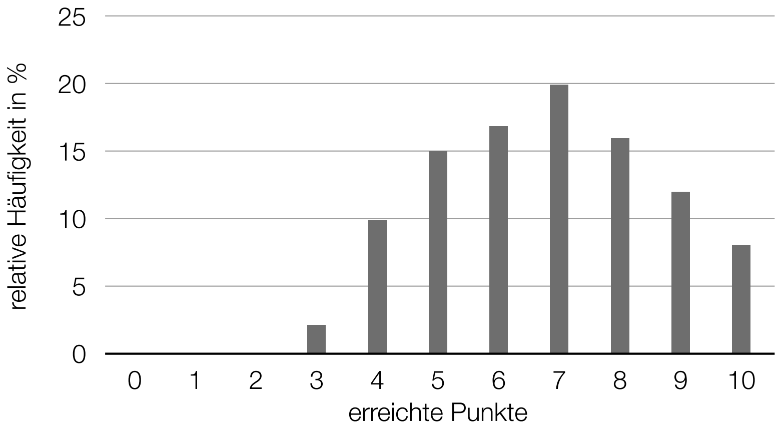
____ Liter

[0/1 P.]

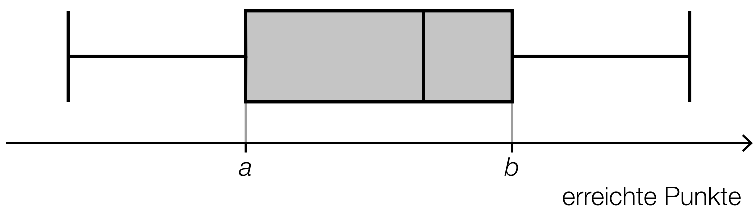
Aufgabe 19

Aufnahmetest

Bei einem bestimmten Aufnahmetest konnten maximal 10 Punkte erreicht werden. Das nachstehende Säulendiagramm zeigt die relativen Häufigkeiten der erreichten Punkte in Prozent.



Die bei diesem Aufnahmetest erreichten Punkte sind im nachstehenden Boxplot dargestellt.



Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie *a* und *b*.

a = ______________________________

b = ______________________________

[0/½/1 P.]

Aufgabe 20

Gehälter

In einem kleinen Betrieb arbeiten sieben Personen. Nachstehend sind deren monatliche Gehälter angegeben: € 1.500, € 2.300, € 1.500, € 1.400, € 4.500, € 2.200, € 1.300.

Es wird eine weitere Person eingestellt, wodurch sich der Median der Gehälter nicht verändert.

Aufgabenstellung:

Geben Sie unter dieser Voraussetzung das höchstmögliche Gehalt dieser weiteren Person an.

[0/1 P.]

Aufgabe 21

Münzwurf

Eine Münze zeigt nach einem Wurf entweder „Kopf“ oder „Zahl“. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Münze „Kopf“ zeigt, ist bei jedem Wurf genauso hoch wie die Wahrscheinlichkeit, dass sie „Zahl“ zeigt. Die Ergebnisse der Würfe sind voneinander unabhängig.

Bei einem Zufallsversuch wird die Münze 4-mal geworfen.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei diesem Zufallsversuch „Kopf“ häufiger als „Zahl“ auftritt.

[0/1 P.]

Aufgabe 22

Wahrscheinlichkeiten einer Zufallsvariablen

Eine bestimmte Zufallsvariable X kann nur den Wert –4, den Wert 0 oder den Wert 2 annehmen.

Für die Wahrscheinlichkeiten gilt:

$P(X = -4) = 0{,}3$
$P(X = 0) = a$
$P(X = 2) = b$

Dabei sind a und b positive reelle Zahlen.

Der Erwartungswert von X ist null, also $E(X) = 0$.

Aufgabenstellung:

Geben Sie a und b an.

a = ____

b = ____

[0/½/1 P.]

Aufgabe 23

Rauchverhalten

Laut einer Studie wollen 34 % aller Raucher/innen mit dem Rauchen aufhören.

Aufgabenstellung:

Interpretieren Sie den nachstehenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang.

$\binom{200}{57} \cdot 0{,}34^{57} \cdot 0{,}66^{143}$

[0/1 P.]

Aufgabe 24

Korkender Wein

Der Geschmack von Wein kann durch einen bestimmten Stoff, der aus dem Korken einer Weinflasche in den Wein gelangen kann, beeinträchtigt werden. Man spricht dann davon, dass der Wein „korkt“.

In einem Weinbaubetrieb werden alle Weinflaschen eines bestimmten Jahrgangs mit Korken aus derselben Produktion verschlossen. Bei einer späteren Überprüfung von 200 Weinflaschen dieses Jahrgangs stellt sich heraus, dass der Wein von 12 Flaschen korkt.

Der relative Anteil der Weinflaschen aus einer Stichprobe, bei denen der Wein korkt, wird mit h bezeichnet.

Aufgabenstellung:

Geben Sie für diesen Weinbaubetrieb und diesen Jahrgang ein um h symmetrisches 95-%-Konfidenzintervall für den unbekannten Anteil derjenigen Weinflaschen an, bei denen der Wein korkt.

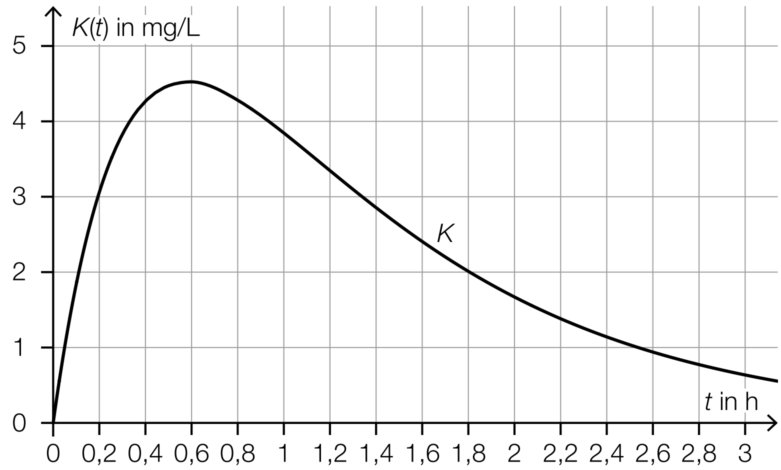
[0/1 P.]

Aufgabe 25 (Teil 2)

Koffein

Aufgabenstellung:

a) Lea trinkt eine Tasse Kaffee. In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Funktion K dargestellt, die modellhaft die Konzentration $K(t)$ von Koffein in Leas Blut in Abhängigkeit von der Zeit t nach dem Trinken des Kaffees beschreibt (t in h, $K(t)$ in mg/L).



1) Ermitteln Sie mithilfe der obigen Abbildung, wie viele Minuten nach dem Trinken des Kaffees die maximale Konzentration von Koffein im Blut auftritt.

______________________________ min *[0/1 P.]*

2) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht. *[0/½/1 P.]*

Die Funktion K hat im Intervall (0; 0,8) ______①______ und in diesem Intervall ändert sich das Vorzeichen der ______②______.

①	
eine Wendestelle	☐
eine Extremstelle	☐
eine Nullstelle	☐

②	
Krümmung	☐
Steigung	☐
Funktionswerte	☐

b) Die Löslichkeit von Koffein in Wasser gibt an, wie viel Gramm Koffein pro Liter (g/L) maximal gelöst werden können. Die Löslichkeit ist temperaturabhängig. Sie lässt sich näherungsweise durch die Funktion f beschreiben.

$f(T) = 6{,}42 \cdot e^{0{,}05 \cdot T}$ mit $0 \leq T \leq 90$

T … Temperatur in °C
$f(T)$ … Löslichkeit von Koffein in Wasser bei der Temperatur T in g/L

Jemand behauptet:
„Bei einem Anstieg der Temperatur um 10 °C nimmt die Löslichkeit von Koffein in Wasser etwa auf das 1,65-Fache zu."

1) Überprüfen Sie rechnerisch, ob diese Behauptung richtig ist. *[0/1 P.]*

Folgende Gleichung wird aufgestellt:
$2 \cdot 6{,}42 = 6{,}42 \cdot e^{0{,}05 \cdot T}$

2) Interpretieren Sie die Lösung dieser Gleichung im gegebenen Sachzusammenhang. *[0/1 P.]*

Aufgabe 26 (Teil 2, Best-of-Wertung)

CO_2 und Klimaschutz

In den letzten Jahrzehnten hat der CO_2-Gehalt in der Erdatmosphäre unter anderem durch den Straßenverkehr zugenommen.

Aufgabenstellung:

a) Für jeden PKW mit Benzinantrieb wird angenommen, dass pro Liter verbrauchten Benzins 2,32 kg CO_2 ausgestoßen werden.

PKW A fährt eine Strecke von s km mit einem durchschnittlichen Benzinverbrauch von 7,9 Litern pro 100 km.

Um dessen CO_2-Ausstoß auszugleichen, sollen b Bäume gepflanzt werden. Dabei nimmt man an, dass jeder dieser Bäume in seiner gesamten Lebenszeit 500 kg CO_2 aufnimmt.

1) Stellen Sie unter Verwendung von s eine Formel zur Berechnung der Anzahl b der zu pflanzenden Bäume auf.

b = ____ *[0/1 P.]*

PKW B legt eine Strecke von 15 000 km zurück. Um dessen CO_2-Ausstoß auszugleichen, werden 5 Bäume gepflanzt.

2) Berechnen Sie den durchschnittlichen Benzinverbrauch (in Litern pro 100 km) von PKW B auf dieser Strecke. *[0/1 P.]*

b) Neben CO_2 verstärken auch andere Gase die Klimaerwärmung. Die Emission von diesen Gasen wird in sogenannte *CO_2-Äquivalente* umgerechnet.

Die nachstehende Tabelle gibt für einige Staaten der EU Auskunft über die jeweilige Einwohnerzahl (in Millionen) im Jahr 2015 und die zugehörigen CO_2-Äquivalente (in Tonnen pro Person).

	Einwohnerzahl in Millionen	CO_2-Äquivalente in Tonnen pro Person
Belgien	11,2	11,9
Frankreich	66,4	6,8
Italien	60,8	7,0
Luxemburg	0,6	18,5
Niederlande	16,9	12,3

Datenquellen: https://ec.europa.eu/eurostat/statistics-explained/index.php?title=Population_and_population_change_statistics/de&oldid=320539 [24.07.2020],
https://de.wikipedia.org/wiki/Liste_der_Länder_nach_Treibhausgas-Emissionen [24.07.2020].

1) Berechnen Sie die durchschnittlichen CO_2-Äquivalente $\overline{e}$ (in Tonnen pro Person) für den gesamten in der obigen Tabelle angeführten Teil der EU.

$\overline{e}$ = ________________________________ Tonnen pro Person *[0/1 P.]*

Lukas sind nur die in der obigen Tabelle angeführten Werte der CO_2-Äquivalente der einzelnen Staaten bekannt, <u>nicht</u> aber die jeweils zugehörige Einwohnerzahl.
Er berechnet das arithmetische Mittel $\overline{x}$ der CO_2-Äquivalente: $\overline{x} = 11{,}3$.

2) Erklären Sie ohne Verwendung des berechneten Wertes von $\overline{e}$, warum $\overline{x}$ größer als $\overline{e}$ sein muss. *[0/1 P.]*

Aufgabe 27 (Teil 2, Best-of-Wertung)

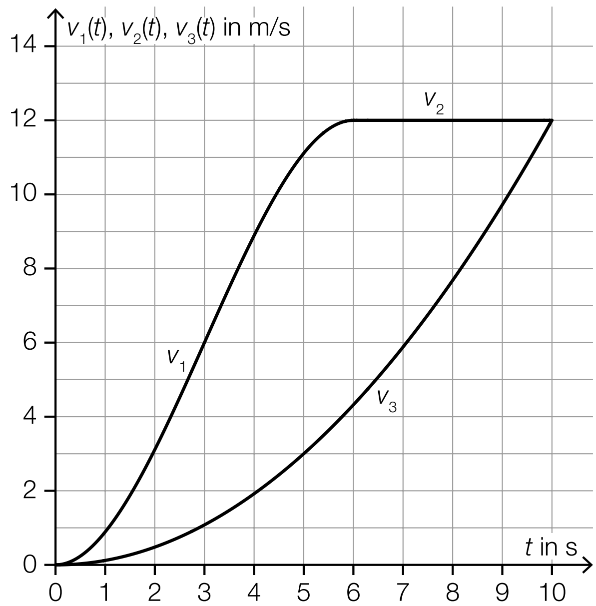
Zeit-Geschwindigkeit-Diagramm

Die Geschwindigkeiten von 2 PKWs (PKW *A* und PKW *B*) werden als Funktionen in Abhängigkeit von der Zeit modelliert. Im unten stehenden Zeit-Geschwindigkeit-Diagramm sind die zugehörigen Graphen dargestellt. Die Zeit *t* wird in Sekunden angegeben, die Geschwindigkeiten werden in m/s angegeben.

PKW *A* und PKW *B* starten zum Zeitpunkt $t = 0$ aus dem Stillstand. Sie haben beide zum Zeitpunkt $t = 10$ eine Geschwindigkeit von 12 m/s.

PKW *A* bewegt sich für $t \in [0; 6]$ mit der Geschwindigkeit $v_1(t)$ und für $t \in [6; 10]$ mit der konstanten Geschwindigkeit $v_2(t)$.

PKW *B* bewegt sich für $t \in [0; 10]$ mit der Geschwindigkeit $v_3(t) = 0{,}12 \cdot t^2$.



Aufgabenstellung:

a) Im Zeitintervall [0; 6] legt PKW *A* eine Strecke von 36 m zurück.
Im Zeitintervall $[0; t_1]$ mit $6 \leq t_1 \leq 10$ legt PKW *A* eine Strecke mit der Länge *d* zurück (*d* in m).

1) Geben Sie *d* in Abhängigkeit von t_1 an.

d = ____ *[0/1 P.]*

Im Zeitintervall [0; 10] legt PKW *A* eine längere Strecke als PKW *B* zurück.

2) Berechnen Sie, um wie viele Meter diese Strecke länger ist. *[0/1 P.]*

b) Für PKW *A* gilt:

- Zum Zeitpunkt $t = 6$ beträgt die Geschwindigkeit 12 m/s.
- Zum Zeitpunkt $t = 0$ beträgt die Beschleunigung 0 m/s².
- Zum Zeitpunkt $t = 3$ hat die Beschleunigung ihren maximalen Wert.

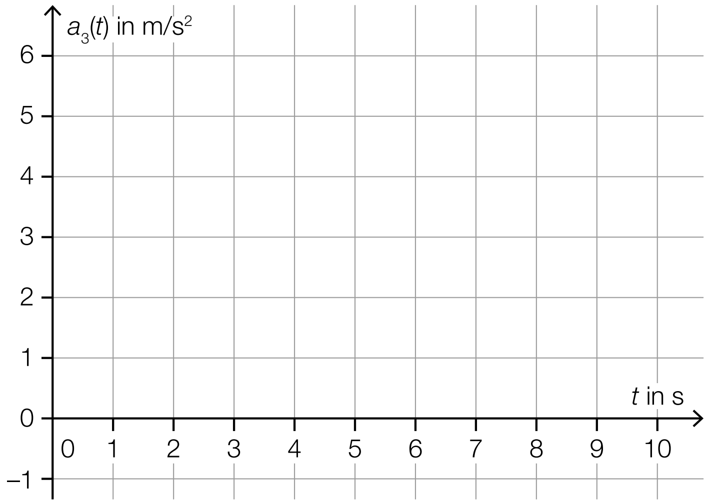
Für die Funktion $v_1\colon [0; 6] \to \mathbb{R}$ gilt:

$v_1(t) = p \cdot t^3 + q \cdot t^2 + r \cdot t$ für alle $t \in [0; 6]$ mit $p, q, r \in \mathbb{R}$

1) Stellen Sie ein Gleichungssystem mit 3 Gleichungen auf, mit dem die Koeffizienten p, q und r berechnet werden können. *[0/½/1 P.]*

c) Die Beschleunigung von PKW *B* wird im Zeitintervall [0; 10] durch die Funktion a_3 in Abhängigkeit von der Zeit t beschrieben (t in s, $a_3(t)$ in m/s²).

1) Zeichnen Sie im nachstehenden Koordinatensystem den Graphen der Beschleunigungsfunktion a_3 ein. *[0/1 P.]*



Aufgabe 28 (Teil 2, Best-of-Wertung)

Würfelspiel

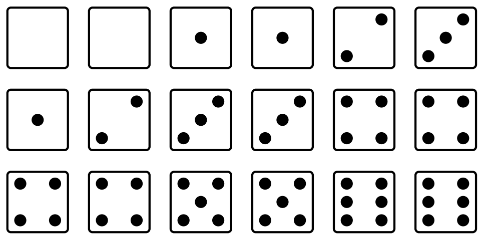
Bei einem Würfelspiel werden verschiedene Würfel mit jeweils 6 Seitenflächen verwendet. Bei allen verwendeten Würfeln tritt bei jedem Wurf jede Seitenfläche mit der gleichen Wahrscheinlichkeit wie jede der anderen Seitenflächen auf. Die Ergebnisse verschiedener Würfe sind voneinander unabhängig.

Es werden die 3 Würfeltypen *A*, *B* und *C* verwendet. In der nachstehenden Abbildung sind deren Seitenflächen dargestellt.

Seitenflächen von Typ *A*

Seitenflächen von Typ *B*

Seitenflächen von Typ *C*



Aufgabenstellung:

a) Ein Spieler würfelt 1-mal gleichzeitig mit einem Würfel vom Typ *B* und einem Würfel vom Typ *C*.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Summe der gewürfelten Augenzahlen 8 beträgt. *[0/1 P.]*

b) Die Zufallsvariable X_A bzw. X_B bzw. X_C gibt die Augenzahl beim Wurf eines Würfels vom Typ *A* bzw. *B* bzw. *C* an. Eine dieser drei Zufallsvariablen hat einen ganzzahligen Erwartungswert.

1) Geben Sie diesen ganzzahligen Erwartungswert an. *[0/1 P.]*

Die beiden anderen Zufallsvariablen haben die gleiche Standardabweichung.

2) Berechnen Sie diese Standardabweichung. *[0/1 P.]*

c) Mit einem Würfel vom Typ *C* wird *n*-mal gewürfelt. Die Zufallsvariable Y_n gibt an, bei wie vielen von diesen *n* Würfen mit einem Würfel vom Typ *C* eine ungerade Augenzahl auftritt ($n \in \mathbb{N}$). Mit μ_n wird der Erwartungswert und mit σ_n die Standardabweichung von Y_n bezeichnet.

1) Geben Sie μ_n und σ_n in Abhängigkeit von *n* an.

μ_n = ________________________________

σ_n = ________________________________ *[0/½/1 P.]*