Österreichische Mathematikolympiade
Steirischer Unterstufenwettbewerb 2019
Teil I, Lösungen

1) Im Dreieck ist der Winkel rechts unten 180°-36°-73° = 71° und der oben links (90°+36°)-85° = 41°. Somit gilt α = 180°-71°-41° = 68°. **68°**

2) Es sitzen am Tisch abwechselnd Lügner und solche, die die Wahrheit sagen. Der Lügner sagt 11 und sein Nachbar sagt 10, also sind 10 am Tisch; davon sind 5 Lügner. **5**

3) Sandra benötigt für eine bestimmte Distanz 2/3 der Zeit, die Peter benötigt. Wenn Peter bis zum Treffpunkt x Minuten läuft, läuft Sandra also 2/3 x Minuten. Da 2/3 x = x – 3 gilt, erhalten wir x = 9. Peter läuft also 9 Minuten, und Sandra somit 9 – 6 = 3 Minuten. **6**

4) Zum Zeitpunkt des Einkaufs sind 5% der 1000 g nicht Wasser, also 50 g. Am Abend sind diese 50 g nur mehr 10% der Masse, also ist die Gesamtmasse dann 500g. **500 g**

5) Die linke Division ergibt 1, da beide Klammerausdrücke gleich sind. Dividiert man 1 durch einen Bruch, erhält man seinen Kehrwert, und somit ist auch die letzte Division wieder eine, in der beide Ausdrücke gleich sind, womit das Ergebnis 1 ist. **1**

6) Da Karl schließlich 10 Kekse vorfindet, traf seine Frau auf 10 x 2 + 4 = 24 Kekse. Die Tochter begann also mit 24 x 2 + 6 = 54, und der Sohn begann somit mit 54 x (4/3) + 2 = 74 Keksen. **74**

7) Die Dreiecke AED, BCE und EDC sind alle ähnlich, da sie in den Winkeln übereinstimmen. Im rechtwinkeligen Dreieck EDC gilt wegen des pythagoreischen Lehrsatzes DE = 65, und somit erhalten wir wegen AD : DE = DE : CD auch AD = 60. Die Fläche des Rechtecks ist somit 60 x 169 = 10140 cm². **10140 cm²**

8) Da die erste Ziffer fixiert ist, brauchen wir uns nur um die anderen 3 zu kümmern. Ist die zweite Ziffer nicht 2, darf sie auch nicht 0 sein, und es gibt daher 8 Möglichkeiten für diese Ziffer. Die letzten beiden Ziffern müssen dann eine zweiziffrige Zahl bilden, die eine 2 enthält, und es gibt 19 derartige Zahlen (02, 12, 22, 32, …, 92, und 20, 21, 23, 24, …,29). Zusammen gibt es also 8 x 19 = 152 derartige Zahlen. Ist die zweite Ziffer eine 2, so können die letzten beiden Ziffern beliebig gewählt werden, und es gibt daher 100 derartige Zahlen. Zusammen gibt es also 152 + 100 = 252 mögliche PINs. **252**

9) Die nächstgrößere Primzahl nach 11 ist 13. Wir erhalten also als nächste Zahl in der Reihe 28 + 13 = 41. **41**

10) Es gibt viele dreistellige Zahlen mit der Ziffernsumme 10. Wie z.B. 109, 343 oder 910. Für all diese Zahlen gilt z(z(n)) = 1. **mehr als 4**

	1)	**2)**	**3)**	**4)**	**5)**	**6)**	**7)**	**8)**	**9)**	**10)**
A	D	E	B	C	C	D	A	C	C	E
B	B	C	D	E	E	C	C	A	C	B
C	B	C	E	C	A	A	B	A	E	A